3.kafli: Að lesa algebru

Algebran er eitt af stóru reglukerfum stærðfræðinnar. Hún felur í sér reglur um það hvernig bókstafir haga sér í stærðfræði, hvernig þeir haga sér í samlagningu ($+ og -$) og í margföldun ($\times og \div$). Vandinn er sá að bókstafirnir fara eftir ákveðnum reglum í samlagningu og frádrætti og allt öðrum og mjög ólíkum reglum í margföldun og deilingu. Þetta gerir algebruna að vissu leyti ruglingslega, því það þarf að nota tvö reglukerfi jafnvel í sama dæminu. Því er afar mikilvægt að kortleggja vel og læra bæði þessi reglukerfi, ($+ og -$) og ($\times og \div$) sem skapa algebruna. Algebran er reglusafn um 50 reglna sem margar hvíla á tvíeðli talnakerfisins. Þegar þú ferð að átta þig á hinu tvöfalda gangverki kerfisins verður algebran skiljanleg, léttari og jafnvel skemmtileg. Þó svo að það standi ekki í námsskrá frá ráðuneyti menntamála að algebran skuli vera ein helsta hrindrunin í menntun unglinga og ungmenna þá er hún það jafnvel þó að svo þurfi ekki að vera. Þegar þú lærir um reglur koma 1-2 blaðsíður til að útskýra regluna og svo 1-2 blaðsíðna dæmi til þess að æfa regluna. Best er auðvitað að vera heildræn/n í algebrunni og lesa fyrst um reglurnar og beita þeim síðan í dæmunum.

3.1 Algebra og tvíeðli talnakerfisins

Hvað er það fyrsta sem þér dettur í hug þegar þú heyrir orðið ALGEBRA? Ég hef spurt marga nemendur mína þessarar spurningar og oft fengið svarið RUGL, með öðrum orðum þeim finnst algebran ruglingsleg. „Það er satt“ því algebran hvílir á tvíeðli talnakerfisins sem ruglar okkur vel í ríminu þegar við byrjum að vinna með bókstafi. Með tvíeðli algebrunnar á ég við að það gilda sérstakar reglur um samlagningu ($+ og -$) og aðrar sérstakar reglur um margföldun ($\times og \div$) þó bókstafirnir séu þeir sömu. Það reynir á tvíeðli í formerkjavinnunni, bókstafavinnunni og í almennum brotum og þar af leiðandi líka í algebrubrotum. Það er því rétt að byrja umræðuna um algebruna á því að kortleggja tvíeðli talnakerfisins. Byrjum á formerkjunum og bókstöfunum. Segja má að þetta sé eins og landakort yfir algebrulandið.

Almenn brot byrja menn að læra snemma, 9-10 ára, en þau hvíla á tvíeðli talnakerfisins og er aðgerðaheimur samlagningar $(+\, og\, -)$ og mjög ólíkur aðgerðaheimi margföldunar $(\times\, og\, \div)$. Þegar svo bókstafir og svigar (x+2)(x-3) koma svo inn í almenn brotin og til verður algebra má segja að fjör sé komið inn í leikinn, sjá landabréf yfir brotaland. Ef þú kannt þessar grunnreglur sem algebran stjórnast af má segja að þér séu allir vegir færir.

3.1.1 Formerki

Samlagning formerkja $(+\, og\, -)$

+2 +3=+5 **+ og + = +**	**Að græða 2 milljónir og svo 3 milljónir í viðbót = 5 milljónir í gróða**
+2 -3 = -1 -2 +3 = +1 **(+ og - = -)** **(+ og - = +)**	**Stærri talan ræður.** **Hvort kemur þú út í gróða eða tapi?**
-2 -3 = -5 **(- og - = -)**	**Að tapa 2 milljónum og svo 3 milljónum í viðbót =→ -5 milljónir í tap**

Margföldun formerkja ($\times$ og $\div$)

Margföldun. (+2) * (+3) = +6 $\boxed{+ \text{ og } + = +}$ Að græða 2 kr. þrisvar = 6 kr	Deiling. $\frac{+6}{+3} = +2$ $\boxed{\frac{+}{+} = +}$
(-2) * (+3) = -6 (+2) * (-3) = -6 $\boxed{\begin{array}{l} + \text{ og } - = - \\ - \text{ og } + = - \end{array}}$ Að tapa 2 kr þrisvar = -6 kr	$\frac{-6}{+2} = \frac{+6}{-2} = -3$ $\frac{+}{-} = \frac{-}{+} = -$
(-2) * (-3) = +6 $\boxed{- \text{ og } - = +}$ Ekki mínus = +	$\frac{-6}{-2} = +3$ $\frac{-}{-} = +$

3.1.2 Bókstafir

Samlagning og margföldun bókstafa:

<u>Grunnregla samlagningar:</u>

Þú mátt leggja saman allt sem er <u>alveg</u> eins.

Allt sem er <u>alveg</u> eins má leggja saman.

Samlagning á sér stað með tölunum en veldi breytast ekki.

$1a \ + \ 1a \ = \ 2a$

$3a^2 + 2a^2 = 5a^2$

$2ab \ + \ 5ab \ = \ 7ab$

$2a^3b^2 + 4a^3b^2 = 6a^3b^2$

Allt sem er ekki alveg eins má <u>ekki</u> leggja saman.

$a \ + b \ = \ a \ + \ b$

$a^1 + a^2 = a^1 + a^2$

$ab + \ ac \ = \ ab + \ ac$

$2a^2b^3 + 3a^3b^2 = \ 2a^2b^3 + 3a^3b^3$

Margföldun ($\times$ $\boldsymbol{og}$ $\div$) bókstafa:

<table>
<tr><td colspan="2">Grunnregla margföldunar: Þú mátt margfalda saman <u>ALLT</u></td></tr>
<tr><td>Allt sem er eins má margfalda saman

$1a \times 1a \; = 1a^2$

$2a^2 \times 3a^2 \; = 6a^4$

$2ab \, * \, 5ab \, = \, 10a^2b^2$

$2a^3b^2 \times$</td><td>Ath:

Veldin leggjast saman en tölurnar margfaldast</td></tr>
<tr><td>Allt sem er <u>ekki</u> eins má líka margfalda saman

$a \times b = ab$

$2a^1 \times 3a^2 = 6a^3$

$2a^3b^2 \times 4a^2b^3 = 8a^5b^5$</td><td>Ath:

Veldin leggjast saman en tölurnar margfaldast.</td></tr>
</table>

3.1.3 Almenn brot

<u>Samlagning $(+ og\ -)$ almennra brota:</u>

Þegar nefnararnir eru eins $$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$ $$\frac{12}{x}-\frac{5}{x}=\frac{12-5}{x}=\frac{7}{x}$$	1. Einfalda uppi á strikinu 2. Stytta ef unnt er
Þegar nefnararnir eru <u>ekki</u> eins $$5\times\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)\times 2=\frac{5+4}{10}=\frac{9}{10}$$ $$\frac{1}{y}+\frac{2}{x}=\frac{x+2y}{xy}$$	1. Finna samnefnara, margfalda saman nefnarana 2. Lengja, gera brotin samnefnd 3. Einfalda upp á strikinu 4. Stytta ef unnt er **S.L.E.S.**

Margföldun og deiling ($\times\ og\ \div$) almennra brota:

Margföldun $\frac{4}{9}\times\frac{3}{2}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$ $\frac{x^2}{9}\times\frac{3}{x}=\frac{3x^2}{9x}=\frac{x}{3}$	1. Margfalda uppi og niðri 2. Stytta brot Einnig hægt að gera skref 2 fyrst
Deiling $\frac{3}{14}\div\frac{6}{7}=\frac{3}{14}\times\frac{7}{6}=\frac{1}{4}\ eða\ \frac{21}{84}$ $\frac{3}{y^2}\div\frac{6}{y}=\frac{3}{y^2}\times\frac{y}{6}=\frac{3y}{6y^2}=\frac{1}{2y}$	1. Deiling snýr við broti 2. Margfalda upp og niðri 3. Stytta

3.1.4 Algebrubrot

Samlagning og frádráttur ($+ \, og \, -$) algebrubrota:

<table>
<tr>
<td>Þegar nefnararnir eru <u>eins</u>
$\left(\frac{1}{(x+2)}\right)+\left(\frac{3}{(x+2)}\right)=\left(\frac{1+3}{(x+2)}\right)=\frac{4}{(x+2)}$</td>
<td>1. Einfalda uppi á strikinu
2. Stytta ef unn er</td>
</tr>
<tr>
<td>Þegar nefnararnir eru <u>ekki eins</u>
$$\left(\frac{1}{(x+2)}\right)+\left(\frac{1}{(x+3)}\right)$$
$$=\left(\frac{1\times(x+3)}{(x+2)(x+3)}\right)+\left(\frac{1\times(x+2)}{(x+3)(x+2)}\right)$$
$$=\frac{(x+3)+(x+2)}{(x+3)\times(x+2)}$$
$$=\frac{x+x+3+2}{(x+3)(x+2)}$$
$$=\frac{2x+5}{(x+3)(x+2)}$$
Samnefnarinn er:
$$(x+2)\times(x+3)$$
Gott er að hugsa sér að sviginn sé bara tala</td>
<td>1. Finna samnefnara
2. Lengja, gera brotin samnefnd
3. Einfalda uppi á strikinu
4. Stytta ef unnt er

S.L.E.S.</td>
</tr>
</table>

<u>Margföldun ($\times$ *og* $\div$) algebrubrota:</u>

<table>
<tr>
<td>

Margföldun.

$$\frac{2x}{\cancel{(x+2)}} \times \frac{\cancel{(x+2)}}{4x^2} = \frac{1}{2x}$$

Stytta: Tölu á móti tölu
bókstaf móti bókstaf
og sviga á móti sviga (ef þeir eru eins)

</td>
<td>

1. Stytta
2. Margfalda uppi og niðri

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Deiling.

Það er eiginleiki í talnakerfinu að margföldun brota er: $\frac{a}{b} \div \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

$100 \div \frac{2}{1} = 50$ Sama svar

$$\frac{2x}{(x+2)} \div \frac{4x^2}{(x+2)} = \frac{2x}{(x+2)} \times \frac{(x+2)}{4x^2} = \frac{1}{2x}$$

</td>
<td>

1. Deiling snýr við broti
2. Stytta
3. Margfalda uppi og niðri

</td>
</tr>
</table>

3.1.5 Röð aðgerða

Bæði í talnareikningi og í algebru gilda sömu reglur um röð aðgerða.

Stóra reglan:

+ og – skipta liðum.

Litlu reglurnar:

1. Veldi
2. Svigar
3. $\times\ og\ \div$
4. $+\ og\ -$

Dæmi:

$2 + 3 \times 4 + (4 + 3^2)$

$= 2 + 3 \times 4 + (4 + 9)$

$= 2 + 3 \times 4 + 13$

$= 2 + 12 + 13$

$= 29$

1) Veldi
2) Svigar
3) Margföldun
4) Samlagning

Röð aðgerða er alltaf sú sama (sjá hér að ofan), bæði í meðferð talna og bókstafa.

3.2 Veldi og rætur

Ferningstölur og ferningsrætur. Ferningsrót er einnig kölluð kvaðratrót. Segja má að ferningstala og ferningsrót séu *andhverfur*.

x^2 = Ferningstölu takkinn á reiknivélinni

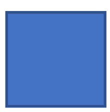
$\sqrt{\ }$ = Kvaðratrótar takkinn á reiknivélinni

Kvaðratrót er önnur rót $\sqrt[2]{\ }$

Flatarmál ferhyrnings. = lengd × breidd

$\boxed{F = l \times b}$ Ef um ferning er að ræða er lengdin=breiddin

Þá verður flatarmálið $F = x \times x = x^2$



$F = x^2$

Flatarmálið = Ferningstalan. = x^2

Hliðarlengdin = Ferningsrótin / Kvaðratrótin. = x

Ferningur = Ferhyrningur með allar hliðar jafnlangar

3.2.1 Ferningstölur og ferningsrætur

Ferningsrót og ferningstölur $1 \times 1 = 1$ $2 \times 2 = 4$ $3 \times 3 = 9$ $4 \times 4 = 16$ $5 \times 5 = 25$ $6 \times 6 = 36$ $7 \times 7 = 49$ $8 \times 8 = 64$ $9 \times 9 = 81$ $10 \times 10 = 100$ $11 \times 11 = 121$ $12 \times 12 = 144$ $13 \times 13 = 169$	$\boxed{\sqrt{X^2} = X}$ **Auðvelt er að finna kvaðratrót hvaða tölu sem er í dag með því að nota $\sqrt{}$ takkann á reiknivélinni þinni** **Gott að muna** $\sqrt{X^2} = X$ $\sqrt{X^4} = X^2$ $\sqrt{X^6} = X^3$ $\sqrt{X^8} = X^4$ $\sqrt{X^{10}} = X^5$

3.2.2 Teningstölur og teningsrætur

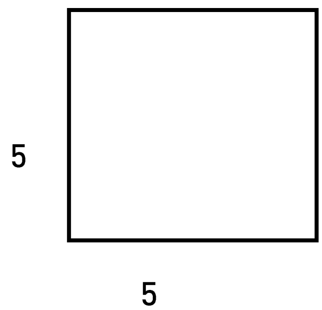
Rúmmál tenings er $R = l \times b \times h$ og í teningi er lengd = breidd = hæð

Þannig er rúmmál tenings er $R = X * X * X = X^3$ =→ $R = X^3$

Dæmi:

Finndu hliðarlengd fernings sem er með flatarmálið 25 cm^2

$$F = x * x = x^2$$



$$x^2 = 25cm^2$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

$$x = 5cm$$

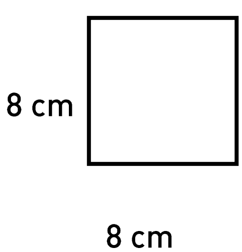
Vegalengd getur ekki verið mínus tala

Dæmi:

Finndu flatarmál fernings sem hefur hliðarlengdina 8cm

$$F = l * b$$

$$F = 8 * 8 = 8^2$$



$$F = 64cm^2$$

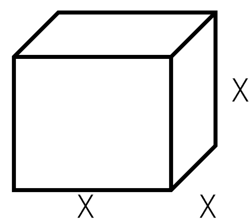
Frægustu ferningstölur og ferningsrætur eru heiltöluræturnar sem eru svo frægar að allir kunna þær utanað:

Frægustu teningstölurnar eru heiltöluræturnar:

$$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$
$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$
$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$
$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$
$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$
$$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$$
$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$
$$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$$
$$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

<u>Teningur</u>

Strendingur með allar hliðar jafnar



Á reiknivélinni þinni eru takkar fyrir:

= $\boxed{x^3}$ teningstölu

og

= $\boxed{\sqrt[3]{}}$ teningsrót (þriðja rót)

Dæmi:

Hvert er rúmmál tenings sem hefur hliðarlengd = 6 cm

$$R = 6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216cm^3$$

Dæmi:

Teningur hefur rúmmálið 512 cm^3. Hverjar eru hliðarlengdir hans?

$$R = l * b * h$$

$$R = x * x * x$$

$$R = x^3$$

$$512 = x^3$$

$$x = \sqrt[3]{512}$$

$$x = 8\ cm$$

3.2.3 Opið veldi

Dæmi:

Finndu 5-rót af 3125

$\sqrt[5]{3125} = 5$

Prófun:

$5^5 = 3125$

Dæmi:

Finndu 8-rót af 6561.

$\sqrt[8]{6561} = 3$

Prófun.

$3^8 = 6561$

Dæmi:

Hver er hliðarlengd tenings með rúmmálið 512cm^3?

$$x = \sqrt[3]{512} = 8\ cm$$

Sé haldið áfram og unnið með hærri andhverfur velda og róta =→

$$X^4 <=> \sqrt[4]{\ \ }$$

$$X^5 <=> \sqrt[5]{\ \ }$$

$$X^6 <=> \sqrt[6]{\ \ }$$

verður að notast við opna velda og rótartakkan á reiknivélinni þinni. Þar geta verið nokkrar útfærslur:

Dæmi:

Hvað er 6 í fimmta veldi?

$$6^5 = 6 * 6 * 6 * 6 * 6 = 7776$$

$$6\ x^y\ 5 = 7776$$

Opni veldatakkinn kemur sér vel ef þú ert með tölu í mjög háu veldi.

Dæmi:

Hvað er 3 í tuttugasta veldi?

$$3^{20} =$$

$$3\ x^y\ 20\ = 3486784401$$

3.2.4 Opin rót

Opna rót er hægt að tákna með $\sqrt{\ }$ þar sem hægt er að reikna hvaða rót sem er.

Dæmi:

Finndu fimmtu rótina af 3125

$\sqrt[5]{3125}$ **= 5** **Prófun.** 5^5 **= 3125**

3.2.5 Reglur um veldi og rætur

Veldi er endurtekin margföldun, endurtekin eins oft og veldið segir til um.

Dæmi:

$$x^1 = x$$

$$x^2 = x * x$$

$$x^3 = x * x * x$$

$$x^4 = x * x * x * x$$

$$x^5 = x * x * x * x * x$$

og svo framvegis...

Þetta má setja fram sem regluna:

x^n er x margfaldað með sjálfum sér n-sinnum.

$$x^n = x * x * x \dots\dots..* x$$

Lítum nú á veldareglurnar:

3.2.5.1 Fyrsta veldaregla

$$x^n * x^m = x^{n+m}$$

Þessi regla er með margföldun á talnaplani sem verður + á veldaplani.

Hér er lítið sýnidæmi sem útskýrir það:

Dæmi:

$$x^2 * x^4 = (x * x) * (x * x * x * x) = x^{2+4} = x^6$$

3.2.5.2 Önnur veldaregla

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

Þessi regla er með deilingu á talnaplaninu en mínus á veldaplaninu

Hér er lítið sýnidæmi sem útskýrir það:

Dæmi:

$$\frac{x^5}{x^2} = \frac{x * x * x * \cancel{x * x}}{\cancel{x * x}} = x^{5-2} = x^3$$

3.2.5.3 Þriðja veldaregla

Í þessari reglu verður veldi í veldi að margfeldi:

$$(x^n)^m = x^{n*m}$$

Hér er lítið sýnidæmi sem útskýrir það:

Dæmi:

$$(x^2)^3 = x^2 * x^2 * x^2 = x * x * x * x * x * x = x^{2*3} = x^6$$

Athuga vel að þessar þrjár veldareglur eru skrítnar þar sem:

1. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
2. $a^x / a^y = a^{x-y}$
3. $(a^x)^y \quad a^{x \cdot y}$

og í heild má segja að veldareglur séu skrítnar sem og rótareglurnar. Í reglu tvö er ÷ túlkað sem mínus. Þessi regla hefur annað andlit eða annað form. Regla 2a) $\frac{x^{-n}}{1} = \frac{1}{x^n}$

Mínus þýðir deiling og deiling snýr við broti:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Dæmi:

$$x^{-3} = \frac{x^{-3}}{1} = \frac{1}{x^3}$$

Mínus á veldi þýðir deiling og deiling snýr við broti. Þá er búið að deila, mínusinn því óþarfur og talan verður með plúsveldi undir striki. Ein allra skrítnasta veldareglan er þegar veldi er almennt brot $x^{\frac{n}{m}}$ sem þýðir þá n=veldi og m rót. Reglan er svona:

$$x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{veldi}{rót}}$$

Dæmi:

$$x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$$

Dæmi:

$$27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = 3^2 = 9$$

Sagt hefur verið að margföldun og deiling séu tvær hliðar á sama pening. Allavegana eru margföldunarreglan og deilingarreglan fyrir veldi og rætur líkar.

3.2.5.4 Margföldunarreglan

$$4) \quad (a * b)^n = a^n b^n$$

Dæmi:

$$(3 * 4)^2 = 3^4 4^2 = 9 * 16 = 144$$

3.2.5.5 Deilingarreglan

$$5)\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Dæmi:

$$\left(\frac{4}{12}\right)^2 = \frac{4^2}{12^2} = \frac{16}{144} = \frac{1}{9}$$

Skoðum nú klassískt prófdæmi úr veldum. Svona dæmi kalla ég „veldalurk".

Dæmi:

1) Eyða svigum
$(a * b)^n = a^n b^n$

2) Sameina X

Sameina Y

Sameina Z

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\frac{(x^2y^3z^4)^{-1}}{(x^1y^2z^3)^2}$$

$$= \frac{x^{-2}y^{-3}z^{-4}}{x^2y^4z^6}$$

$$= x^{-2-2}y^{-3-4}z^{-4-6}$$

$$= x^{-4}y^{-7}z^{-10}$$

eða

$$= \frac{1}{x^4y^7z^{10}}$$

Rótarreglurnar tvær: margföldunar- og deilingareglan eru systurreglur við margföldunar og deilingarreglur velda nr 4) og 5).

3.3.5.6 Margföldunarreglan fyrir rætur:

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{a * b}$$

Dæmi:

$$\sqrt{5} * \sqrt{20} = \sqrt{5 * 20} = \sqrt{100} = 10$$

Deilingarreglan fyrir rætur:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Dæmi:

$$\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{200}{8}} = \sqrt{25} = 5$$

3.3 Liðun og þáttun

Mikilvæg regla í meðferð talna og bókstafa er reglan:

$$+\ og - skipta\ liðum$$

Liðun er því að búa til liði [+ og -] stærðir úr margföldun, þ.e. að marfalda saman svigana eða upp úr svigunum.

Dæmi.

$$2 * (x + 3) = 2x + 6$$

$$3 * (a + b - c) = 3a + 3b - 3c$$

$$(a + b) * (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Segja má að liðun og þáttun séu andhverfur.

Liðun:	Búa til [+ og -] stærð úr margföldun.
Þáttun:	Búa til margfeldi úr [+ og -] stærðum.

Sjá hér á eftir.

3.3.1 Þáttun

Eitt er það í algebrunni sem veldur vandræðum og tengist líka tvíeðli talnakerfisins. Það er þáttunin. Þáttun er að búa til þætti og þættir eru margfeldi þannig að gott er að skilgreina þáttunina.

Þáttun er að búa til margfeldi = sviga úr [+ og -] stærðum

Þetta vefst ekki fyrir okkur í meðferð talna t.d. er $12 = 3 \cdot 4$ og eru þá búið að breyta 12 í margfeldi. Þegar kemur hinsvegar að meðhöndlun bókstafa og að breyta + og – stærðum sem innihalda bókstafi og sviga í margfeldi þá gilda mjög sérhæfðar og strangar reglur, þáttunarreglurnar, sem segja okkur hvort og hvernig þá er hægt að breyta [+ og -] stærðum í margfeldi. Sé það ekki hægt samkvæmt þessum ströngu reglum, þá er stærðin óþáttanleg þ.e. ekki er þá hægt að breyta henni í margfeldi. Hver þáttunarregla hefur nokkur lítil sérkenni sem gott er að þekkja (kunna utan að). Skoðum nú þáttunarreglurnar og einkenni þeirra. Segja má að þetta sé eins konar þáttunarorðabók, sem byggist á reglulæsi.

Reglurnar eru átta:

1. **Taka út fyrir sviga**
2. **Samokareglan**
3. **Ferningsreglan (plús)**
4. **Ferningsreglan (mínus)**
5. **Ágiskunarreglan**
6. **Flokkun**
7. **Summa teningstærða**
8. **Mismunur teningsstærða**

Skoðum þær og þau atriði sem einkenna hverja þeirra eins konar þáttunarreglubók. Auðvelt er að prófa þáttunina með því einfaldlega að margfalda hana saman á ný og sjá hvort svarið verði ekki eins og dæmið sem þú byrjaðir með.

3.3.2 Taka út fyrir sviga

Að taka út fyrir sviga:

$a(b+c-d) = ab+ac-ad$ **eða**
$ab+ac-ad = a(b+c-d)$

Sameiginlegur þáttur a) í öllum liðum.

Það myndast einn svigi. (Svigi er margöldunarmerki).

Dæmi:

$$3x+3 = 3(x+1)$$

$$2x^2+xy = x(2x+2)$$

$$4x^2y-8xy^2+6xy = 2xy(2x-4y+3)$$

Að mörgu leyti má segja að þetta sé einföld regla og oft er gott að athuga hvort hægt sé að taka út fyrir sviga og nota svo aðra þáttunarreglu til að fullþátta stærðina. Þá er talað um tvíþáttun eða fullþáttun. Engar undantekningar eru á þáttunar reglunum frekar en öðrum stærðfræðireglum.

3.3.3 Samokareglan

$(a-b)(a+b) \;=\; a^2[+ab-ab]-b^2 \;=\; a^2$ - b^2

$a^2-b^2=(a+b)*(a-b)$

Tvær tölur í öðru veldi

Formerkið á milli þeirra er –

Miðliðurinn samokast hverfur +ab-ab = 0 Það myndast tveir svigar sem eru eins

Nema formerkin eru mótstæð (+ og -) eða (- og +)

Dæmi:

$$a^2-9=(a-3)*(a+3)$$

$$4x^2-25=(2x+5)*(2x-5)$$

$$9x^2-36y^2=(3x+6y)*(3x-6y)$$

Samokun: Þegar tvær jafnstórar stærðir með mótstæð merki eru lagðar saman:

Dæmi: +100-100 = 0

Þá hverfa þær báðar.

3.3.4 Ferningsregla (plús)

Ferningsreglan (plús)

$(a+b)*(a+b)=a^2+[ab+ab]+b^2$

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)*(a+b)=(a+b)^2$$

Fyrsta og þriðja tala eru í öðru veldi

Formerkin eru + og +

Miðliðurinn plúsast saman. +ab+ab=2ab

Það myndast tveir svigar alveg eins

Formerkin í báðum svigunum eru + og +

Dæmi:

$$x^2+6x+9=(x+3)*(x+3)=(x+3)^2$$

$$x^2+14x+49=(x+7)*(x+7)=(x+7)^2$$

$$25x^2+40xy+16y^2=(5x+4y)*(5x+4y)=(5x+4y)^2$$

Hliðar fernings eru jafnstórar og flatarmál hans og má skrifa $=x^2$ af því að hægt er að skrifa þáttunina sem sviga í öðru veldi $(\quad)*(\quad)=(\quad)^2$

Reglan heitir í höfuðið á ferningnum.

3.3.5 Ferningsregla (mínus)

$(a-b)*(a-b)=a^2-[ab-ab]+b^2$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)*(a-b)=(a-b)^2$$

Fyrsta og þriðja tala eru í öðru veldi

Formerkin eru – og +

Miðliður dregst saman [-ab-ab] = -2ab

Það myndast tveir svigar sem eru eins

Formerkin í báðum svigunum eru – og –

Dæmi:

$$x^2-6x+9=(x-3)*(x-3)=(x-3)^2$$

$$x^2-14x+49=(x-7)*(x-7)=(x-7)^2$$

$$4x^2-12xy+9y^2=(2x-3y)*(2x-3y)=(2x-3y)^2$$

Segja má að ferningsreglurnar tvær ($+\ og\ -$) séu nánast tvíburar svo líkar eru þær. Þær eru reyndar ekki eineggja, það er hægt að þekkja þær á formerkjunum.

3.3.6 Ágiskunarreglan

$$(x+2)*(x+5) = x^2 + 2x + 5x + 10$$

$$x^2 + 7x + 10 = (x+2)*(x+5)$$

Fyrsta tala er í öðru veldi en þriðja tala ekki

Miðtalan verður til við samlagningu x-anna. [2x +5x = 7x]

Þriðja tala verður til við margföldun 2*5=10

Það myndast tveir svigar sem eru ekki eins

Formerkin í svigunum geta verið (+ og +), (+ og -), (-og +) eða (- og -)

Dæmi:

$$x^2 + 7x + 10 = (\,x+2\,)*(\,x+5\,)$$

$$x^2 - 3x - 10 = (\,x+2\,)*(\,x-5\,)$$

$$x^2 + 3x - 10 = (\,x-2\,)*(\,x+5\,)$$

$$x^2 - 7y\ + 10 = (\,x-2\,)*(\,x-5\,)$$

3.3.7 Flokkun

$$(a + b) * (c + d) \ = ac + ad + bc + bd$$

$$(ac + ad) + (bc + bd) = (a + b) * (c + d)$$

Stærðin er fjórar tölur

Flokka saman tvær og tvær sem hafa sameiginlegan þátt

Taka sameiginlega þáttinn út fyrir sviga

Taka sviga út fyrir sviga

Það myndast tveir svigar sem eru ekki eins

Dæmi:

$$ac + ad + bc + bd$$

$$(ac + ad) + (bc + cd)$$

$$a(c + d) + b(c + d)$$

$$(c + d) * (a + b)$$

Dæmi:

$$2xy + 6y + 3x + 9$$

$$(2xy + 6y) + (3x + 9)$$

$$2y(x + 3 \ ) + 3(x + 3)$$

$$(x + 3) * (2y + 3)$$

3.3.8 Summma teningsstærða

$$(x + y) * (x^2 - xy + y^2) = x^3 - y^3$$

$$x^3 + y^3 = (x + y) * (x^2 - xy + y^{\,2})$$

Tvær tölur í þriðja veldi

Plús + á milli þeirra

Það myndast tveir svigar sjá reglu

Dæmi:

$$x^3 + 64 = x^3 + 4^3$$

$$= (x + 4) * (x^2 - 4x + 4^2)$$

$$= (x + 4) * (x - 4x + 16)$$

Dæmi:

$$t^3 + 5^3 = t^3 + 125$$

$$= (t + 5) \; * (t^2 - 5t + 25)$$

Prófun: Alltaf er auðvelt að prófa þáttunina með því að margfalda saman svigana.

3.3.9 Mismunur teningsstærða

$$(x - y) * (x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$$

$$x^3 - y^3 = (x - y) * (x^2 + xy + y^2)$$

Tvær tölur í þriðja veldi = teningsstærð =x^3

Mínus – á milli þeirra

Það myndast tveir svigar, sjá reglu

Dæmi:

$$a^3 - 8 = a^3 - 2^3$$

$$= (a - 2) * (a^2 + 2a + 4)$$

Dæmi:

$$x^3 - 64 = x^3 - 4^3$$

$$= (x - 4) * (x^2 + 4x + 16)$$

<u>Teningsstærð:</u> Teningur hefur rúmmálið x^3 og *rúmmál = l*b*h*

3.3.10 Tvíþáttun/fullþáttun

Í sumum þáttunardæmum þarf að nota tvær þáttunarreglur eða nota sömu regluna aftur. Segja má að það sé góð regla í þáttunardæmum að þátta til enda, þ.e. að fullþátta.

Dæmi:

$3x^2 + 18x + 27$

1) Taka fyrst 3 út fyrir sviga

$= 3(\ x^2 + 6x + 9\ )$

2) Þátta með ferningsreglu plús

$= 3(\ x + 3\ )(\ x + 3\ )$

Dæmi:

$2x^2 + 14x + 20$

1) Taka 2 út fyrir sviga

$= 2(\ x^2 + 7x + 10\ )$

2) Nota ágiskunarreglu

$= 2(\ x + 2\ ) * (\ x + 5\ )$

Lítum nú á dæmi þar sem þú þarft að beita samokareglunni þrisvar.

Dæmi:

$x^8 - y^8$

$= (\ x^4 + y^4\ ) * (\ x^4 - y^4\ )$

$= (\ x^4 + y^4\ )(\ x^2 + y^2\ )(\ x^2 - y^2\ )$

$= (\ x^4 + y^4\ )(\ x^2 + y^2\ )\ (x + 4\ )(\ x - y\ )$

$[\ x^8 - x^4\ ]$ og $[\ x^4 - y^4\ ]\ og\ \ [\ x^2 - y^{\ 2}]$

ATH:

$\sqrt{x^8} = x^4$

Og

$\sqrt{x^4} = x^2$

Þetta eru allt stærðir sem uppfylla skilyrðin til þess að nota samokaregluna.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

3.3.11 Stytting algebrubrota

Grunnregla styttingar er mjög skýr:

Þú mátt stytta [allt] sem er alveg eins uppi á striki og niðri.

Þá er átt við *tölur*, *bókstafi og sviga.*

Dæmi:

$$\frac{\cancel{2 * x} * \cancel{(x + 3)}}{\cancel{2 * x} * \cancel{(x + 3)}} = +1$$

Oft þarf að þátta fyrst til að stytta

Dæmi:

$$\frac{a + b}{a^2 - b^2} = \frac{\cancel{(a + b)}}{\cancel{(a + b)}(a - b)} = \frac{1}{(a - b)}$$

Grunnreglan er mjög skýr og tekur af allan vafa. Skoðum þrjú tilvik:

I

$$\boxed{\frac{(x+2)}{(x+2)} = 1}$$

Er styttanlegt, svigarnir eru eins

II

$$\boxed{\frac{(x+2)}{(x-2)}}$$

Er óstyttanlegt, svigarnir eru ekki eins

III

$$\frac{(-x+2\,)}{(+x-2\,)} = \frac{-1(+x-2\,)}{(+x-2\,)}$$
$$= -1$$

Sviganir eru eins, en mótsett formerki. Hægt að stytta, en útkoman er = -1

Það er hægt að stytta stærðir með mótsett formerki (tilvik III) en þá verður útkoman = (-1).

Dæmi:

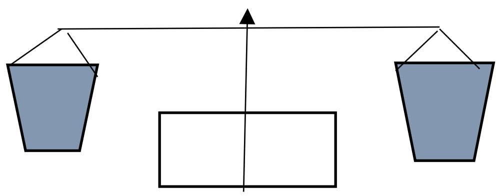
$$\frac{a^2-b}{a^2+2ab+b^2} = \frac{(\,a-b\,)(\,\cancel{a+b}\,)}{(\,a+b\,)(\,\cancel{a+b}\,)} = \frac{a-b}{a+b}$$

1) Þátta
2) Stytta

3.4 Jöfnur og jöfnulausn

Lausn jöfnu er að vita hvað +1x = mikið. Það er alltaf lokasvar jöfnunnar. Ekki er nóg að vita að 10x = 20, þú þarft í framhaldi af því að vita að $+\mathbf{1}x = 2 =$ lausnin. Í sumum bókum eru algebra og jöfnur hafðar í sama kaflanum og segja má að jöfnulausn sé bókstafareikningur eða algebra.

Grundvallarlögmál jöfnunnar er að það sé jafnt í báðum hliðum hennar sjá mynd.



Við jöfnulausn notum við andhverfurnar.

$+ <=> -$

$[+ \rightarrow -]$ $x + 2 = 5$ $x = 5 - 2$ $x = 3$	$[- \rightarrow +]$ $x - 2 = 5$ $x = 5 + 2$ $x = 7$
$[\times \rightarrow \div]$ $5x = 10$ $x = \frac{10}{5}$ $x = 2$	$[\div \rightarrow \times]$ $\frac{x}{2} = 10$ $x = 10 \times 2$ $x = 20$

Forskrift jöfnunnar er í raun einföld. Sé jafnan leysanleg þá leysir þú hana. Séu hindranir (svigar, brot, veldi, tölugildi, fleiri óþekktar stærðir) þá verður lausnaferlið efirfarandi:

1. Eyða hindrunum
2. Leysa jöfnuna

Í raun er það ekki flókin forskrift og skoðum þetta nú nánar.

3.4.1 Að leysa jöfnu

Hið leysanlega form jöfnunnar í talnakerfinu er svona:

$$\boxed{1X=\quad}$$

Þú setur x stærðirnar öðru megin í jöfnuna og tölurnar hinum megin.

Dæmi:	
	Andhverfan við [+ <=>]
$3x + 8 = 32 - x$	
$3x + x = 32 - 8$	Andhverfan við [×<=>÷
$4x = 24$	
$x = \frac{24}{4}$	
$x = 6$	

3.4.2 Svigajöfnur

Svigi er margföldunarmerki. Það að eyða sviga er auðvelt, aðeins að margfalda upp úr honum.

1. Eyða sviga
2. Leysa jöfnuna

Dæmi:

$$15\,(\,3-2x\,)-2\,(\,3+x\,)=71$$

$$45-30x-6-2x=71$$

$$45-6-30x-2x=71$$

$$39-32x=71$$

$$39-71=32x$$

$$-32=32x$$

$$\frac{-32}{32}=x$$

$$x=-1$$

3.4.3 Brotajöfnur

Brotajöfnur eru auðvitað ekki fallegar og frekar fráhrindandi en lúta alltaf sömu lögmálum:

1. finna (S)amnefnara = margfalda saman nefnarana
2. (L)engja = margfalda allar tölur jöfnunnar með samnefnaranum
3. (S)tytta = eyða brotunum með deilingu
4. (L)eysa jöfnuna. (x = tölur)

Má skammstafa S.L.S.L. Best af öllu til að skilja svona reglur er að skoða sýnidæmi.

Dæmi: $\frac{x}{3} - \frac{x}{7} = 8$ $7x - 3x = 168$ $4x = 168$ x = 168 / 4 = 42	1. Samnefnari $3 * 7 = 21$ 2. Lengja. 3. Stytta. 4. Leysa. **S.L.S.L.**
Dæmi: $\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} = 2$ $\left(\frac{x+1}{2}\right) * 6 - \left(\frac{x-1}{3}\right) * 6 = (2) * 6$ $3(x+1) - 2(x-1) = 12$ $3x + 3 - 2x + 2 = 12$ $x + 5 = 12$ $x = 12 - 5 = 7$	1. Samnefnari $2 * 3 = 6$ 2. Lengja. 3. Stytta. 4. Leysa. S.L.S.L.

3.4.4 Veldajöfnur

Jöfnur leysast með andhverfum. Andhverfa við veldi = rót.

Dæmi: $9 = 3^2 = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = \pm 3$ $27 = 3^3 = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ $81 = 3^4 = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = \pm 3$ **og svo framvegis…**
Dæmi: **Prófun:** $x^2 = 25$ $\quad$ $(+5) \times (+5) = 25$ $x = \sqrt{25} = \pm 5$ $\quad$ $(-5) \times (-5) = 25$
Dæmi: $x^3 = 125$ $\quad$ **Prófun:** $x = \sqrt[3]{125}$ $\quad$ $5 * 5 * 5 = 125$
Dæmi: $x^3 = -125$ $\quad$ **Prófun:** $x = \sqrt[3]{-125}$ $\quad$ $(-5) * (-5) * (-5) = -125$

ATH.:

Slétttöluveldin x^2, x^4, x^6… gefa bæði + og – lausn ($\pm$)

Meðan oddatöluveldin x^1, x^3, x^5… gefa aðeins annaðhvort + eða – lausn.

3.4.5 Orðajöfnur

Því miður er ekki til hin eina sanna <u>orðadæmaformúla,</u> heldur aðferð sem byggist á vísindalegri nálgun þ.e. skipulögð og rökföst söfnun upplýsinga, frekar en að ráðast á dæmið með áhlaupi. Þú þarft því að: lesa dæmið yfir vel og vandlega, hægt og rólega 3-5 sinnum, áður en þú gerir nokkuð annað. Flokka og raða saman upplýsingum og áætla rétt svar. Setja upp jöfnuna og leysa hana síðan, og prófa.

Í einu litlu orðadæmi geta verið mjög stýriorð í íslenskri tungu 10-20 í einu dæmi sem segja þér hvað þú átt að gera við þessar 3-4 tölur sem eru gefnar í dæminu. Hér reynir á lesskilning, þrautsegju og þolinmæði. Það sem er flókið í orðajöfnum er málið, hið íslenska tungumál í öllum sínum margbreytileika. Eitt sinn kom til mín nemandi úr 10. bekk sem var búinn að merkja við allt sem hann ekki skildi í kennslubókinni sinni, hafði hann merkt x við öll orðadæmin. Hér er smá jöfnuorðabók

Tákn:	**Íslenska:**	
=	**Jafnt og** **Er jafnt og** **Er** **Var** **Voru** **Sama og** **Þá eru eftir** **Útkoman er** **Gefur** **Sama sem** **Gerir**	Að minnsta kosti 11 leiðir til að segja = á íslensku.

Tákn:	**Íslenska:**
$+$	Plús Hærri en Summan af Meira en Stækkuð um Aukið um [a+b]
$-$	Mínus b Dragðu b frá Minnkaðu um b Að frádregnu b b lægra en a b minna en a b dregið frá a mismunurinn á a og b [a-b]
$\times$	Sinnum Margfaldaðu Hluti af Margfeldi af $[a \times b] = [ab]$
$\div$	Deildu Hlutfall Deili með b Kvótinn af $\frac{a}{b}$

Síðan er það víravirki tungumálsins með sínum mörgu stýriorðum eins og í, með, af, um, en, frá, að, og, og svo framvegis. Þessi litlu stýriorð segja okkur síðan hvernig tölurnar tengjast.

Dæmi:

Í tölu er deilt með sex $= \frac{x}{6}$

Helmingurinn af x $= \frac{x}{2}$

Þyngd hans minnkuð um 10kg $x - 10kg$

h meira en k = k+h

x dregið frá y = y-x

Margfeldi tveggja talna að frádregnum 6 $= x * y - 6$

Talan 8 er minnkuð um einhverja tölu = 8-x

Þreföld talan í öðru veldi $= 3x^2$

Deiling km með klukkustund $= \frac{km}{klst}$

Átta meira en einhver tala $= x + 8$

Summan af sex og einhverri tölu $= 6 + x$

Fjórum sinnum meiri peningar $= 4 * P$

Margfeldi af x og y = $x * y$

Sjö minna en tala $= x - 7$

Tala minnkuð um sex $= x - 6$

Tvöfalt margfeldi tveggja talna. $= 2 * ab$

Fjórfaldri tölu deilt með tvöfaldri annarri tölu $= \frac{4x}{2y}$

Þriðjungur af margfeldi breiddar í öðru veldi og hæðar $= \frac{b^2 * h}{3}$

Segja má að það sé óalgengt að geta sett saman jöfnu úr flóknu orðadæmi með því að lesa það yfir einu sinni. Það þarf að lesa það vel og vandlega yfir <u>hægt og rólega, fimm</u> sinnum áður en þú gerir nokkuð annað. Skoðum nánar dæmi um víravirki málsins í orðajöfnu.

Dæmi:

Ari <u>og</u> Sigga systir hans ætla <u>að</u> kaupa gjöf <u>fyrir</u> **900** kr f<u>yrir</u> mömmu sína. <u>Þar sem</u> Ari fær minni vasapeninga <u>en</u> Sigga systir hans, koma þau <u>sér</u> saman <u>um að</u> Ari borgar $^2/_3$ hluta <u>af því sem</u> Sigga borgar. Hvað <u>á</u> hvort <u>um</u> sig <u>að</u> borga mikið?

Í þessu litla dæmi eru 16 stýriorð íslenskrar tungu (undirstrikuðu orðin).

Aðeins eru tvö töluorð í dæminu (feitletruðu orðin)

Sigga borgar $x\ kr$

Ari borgar $^{2x}/_3\ kr$

Samtals borga þau 900 kr.

$$x + \frac{2x}{3} = 900$$

$$(x) * 3 + \left(\frac{2x}{3}\right) * 3 = (900) * 3$$

$$3x + 2x = 2700$$

$$5x = 2700$$

$$x = \frac{2700}{5}$$

$$x = 540\ kr.$$

Þetta er brotajafna.

Samnefnari = 3

-<u>Prófun:</u>

$$540 = x$$

$$\frac{2x}{3} = 360$$

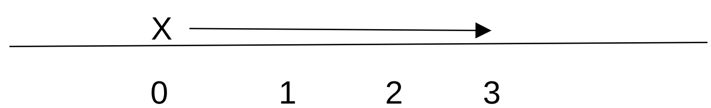
$$540 + 360 = 900$$

3.4.6 Tölugildi og tölugildisjöfnur

Tölugildi tölunnar er í raun stærð hennar án stefnu, (+ eða -). Tölugildistáknið $|x|$ er tvö bein strik hvort sínu megin við töluna.

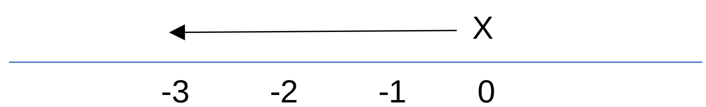
Dæmi:

Ef þú stendur í núllpunkti og færir þig um þrjú skref í + áttina, ferð þú þrjú skref =→$|+3| = 3$



Dæmi:

Ef þú stendur í núllpunkti og færir þig um þrjú skref í – áttina, þá ferð þú líka þrjú skref $|-3| = 3$



Þannig er $|+3| = |-3| = 3\ skref$. Segja má að tölugildi segi til um hve mörg skref talan sé frá núllpunkti.

Dæmi:

$$|-7| = 7$$

$$|+9| = 9$$

Þegar þú reiknar tölugildisjöfnu þarftu að reikna bæði í + áttina og í – áttina og færð því tvö svör.

Dæmi:

Leystu jöfnuna

$|2x + 1| = 5$

Þú þarft að leysa tvær jöfnur (tvö tilvik)

Tilvik 1 - <u>áttin</u>	Tilvik 2 + <u>áttin</u>
$2x + 1 = -5$	$2x + 1 = +5$
$2x = -5 - 1$	$2x = +5 - 1$
$2x = -6$	$2x = 4$
$x = -3$	$x = 2$

Prófun:

$x = -3$	$x = 2$
$\lvert 2(-3)\rvert + 1 = 5$	$\lvert 2 * 2 + 1\rvert = 5$
$\lvert -6 + 1\rvert = 5$	$\lvert 4 + 1\rvert = 5$
$\lvert -5\rvert = 5$	$\lvert 5\rvert = 5$

3.4.7 Rótarjöfnur

Jöfnur sem innihalda kvaðratrót $\sqrt{}$ eru í eðli sínu óleysanlegar nema þú getir losnað við kvaðratrótina. Sem betur fer er auðvelt að losna við kvaðratrót sem er önnur rót $\sqrt[2]{}$. Það er einfaldlega gert með því að setja $(\sqrt[2]{})^2$ í annað veldi og stytta rótina burtu $\left(\sqrt[2]{}\right)^2$ og þá verður eftir talan í fyrsta veldi og jafnan því leysanleg.

Dæmi:	**Setja þarf báðar hliðar jöfnunnar í annað veldi og leysa.**
$\sqrt{x+2} = 2$	**Prófun:**
$\left(\sqrt{x+2}\right)^2 = (2)^2$	$\sqrt{x+2} = 4$
$x + 2 = 4$	$\sqrt{2+2} = 2$
$x = 4 - 2$	$\sqrt{4} = 2$ Rétt.
$x = 2$	2 = 2

3.4.8 Jöfnur með tveimur óþekktum stærðum

Jöfnur með tveimur óþekktum stærðum eru oft kallaðar jöfnuhneppi sem túlka má sem tvær línur í hnitakerfi og er þá nefnt teiknilausn, þ.e. þú lest út skurðpunktinn sem línurnar mynda í hnitakerfinu (x,y) þar sem [x-ið] er önnur lausnin og [y-ið] hin lausnin. Ekki er hægt að leysa eina jöfnu með tveimur óþekktum stærðum x og y. t.d. $y + 2x = 3$. Þá má segja að ein lína hafi ekki skurðpunkt heldur þarft þú að hafa tvær jöfnur, tvær línur til þess að fá skurðpunkt tveggja lína.

I) $y = 2x + 1$ II) $y = -2x + 5$

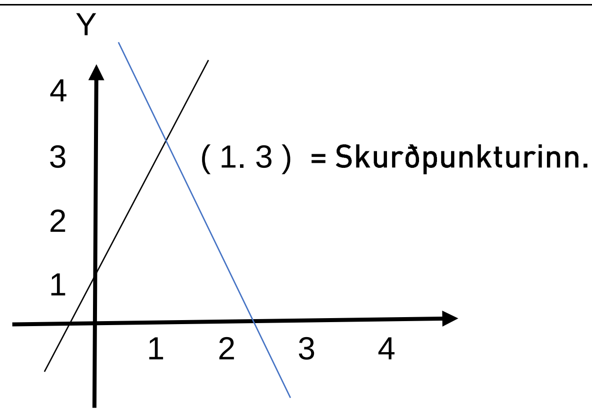
Búum nú til tvær gildistöflur, teiknum þessar línur inn í hnitakerfið og finnum þannig skurðpunktinn (x,y), þ.e.með teiknilausn.

x	Y=2x+1	y
0	Y=2*(0)+1	1
1	Y=2*(1)+1	3
2	Y=2*(2)+1	5
3	Y=2*(3)+1	7

x	Y=-2x+5	y
0	Y=-2(0)+5	5
1	Y=-2(1)+5	3
2	Y=-2(2)+5	1
3	Y=-2(3)+5	-1

Í gildistöflu sést að punkturinn (1,3) er á báðum línunum x=1 og y = 3

Mynd af grafi.



Prófun:

$y = 2x + 1$ **y=3 og x = 1 og y = -2x + 5**

Með innsetningu fæst: **3 = -2 · 1 + 5**

(3)=2*(1)+1 **3 = -2 + 5 = 3**

3=3 Sem er rétt. **3 = 3 Sem er rétt.**

Einnig er hægt með jöfnureikningi að reikna út skurðpunktinn og leysa jöfnurnar bæði fyrir x-ið og y-ið. Skoðum fyrst samlagningaraðferðina og síðan innsetningaraðferðina. Í samlagningaraðferðinni leggjum við saman jöfnurnar og eyðum á þann hátt annarri stærðinni og reiknum út hina.

Dæmi:

I)	y=2x+1
II)	y=-

Samlagningaraðferðin:

Séu jöfnurnar lagðar saman þá eyðist x stærðin og jafnan verður leysanleg fyrir y.

Samlagningin.

Leysa fyrir y.

$y = \quad 2x + 1$

$\underline{y = -2x + 5}$

$2y = 6$

$\mathrm{y} = 3$

Leysa fyrir x.

$y = 2x + 1$

$3 = 2x + 1$

$3 - 1 = 2x$

$2x = 2$

Skurðpunkturinn er því (1, 3)

Dæmi:

Leystu fyrir bæði x og y.

1) y = **<u>2x + 1</u>** Setja 2x +1 inn í stað y í jöfnu 2

2) y =-2x +5

Innsetning gefur:

Leysa fyrir x.

2x +1 = -2x + 5

2x + 2x = 5 -1

4x = 4

x = 1

Leysa fyrir y.

y = 2x +1

y = 2 · 1 +1

y = 2 +1

y = 3

Skurðpunkturinn er því:

(1, 3)

3.5 Lokaorð

Mín reynsla er sú að algebran sé mjög vel útskýrð í kennslubókum með góðum sýnidæmum en ég hef ekki séð tvíeðli talnakerfisins gerð mikil skil í kennslubókum og því má segja að birtingar form algebrunnar verði ruglingslegt. Það er von mín að þessi yfirferð um hið tvíeðla algebruland hafi verið lærdómsrík og skemmtileg. Alltaf er gaman þegar dæmin leysast rétt í huga þínum. Ég vil nota þetta tækifæri til þess að hvetja þig til þess að lesa mjög vel og oft. Fyrst lestu þangað til þú skilur og svo lestu fimm sinnum til þess að muna en það einmitt gott fyrir próf.

3.6 Hugtakaskrá

Algebra: Bókstafareikningur

Brotajöfnur: Jöfnur sem innihalda brot Dæmi: $\frac{x}{2}+\frac{3}{5}=4$

Ferningsrót: Kvaðratrót Dæmi: $\sqrt{16}=4$

Ferningstala: Kvaðrattala, tala í öðru veldi Dæmi: $4^2 = 4*4 = 16$

Jöfnuhneppi: Jöfnur með tveimur óþekktum stærðum

Kvaðratrót: Ferningsrót. Dæmi: $\sqrt{16}=4$

Kvaðrattala: Ferningstala, tala í öðru veldi Dæmi: $5^2 = 5*5 = 25$

Liðun: Búa til liði: + og – býr til liði.

Dæmi $2(x+3) = 2x+6$

Teningsrót: Þriðja rót af tölu.s Dæmi: $\sqrt[3]{27} = 3\ \text{því}$ $3*3*3 = 27$

Teningstala: Tala í þriðja veldi. Dæmi: $3^3 = 3*3*3 = 27$

Tvíeðli talnakerfisins: Annarsvegar + og – reglur, hinsvegar $\times\ og$ ÷ reglur

Tölugildi: Gildi tölunnar óháð stefnu. Dæmi: $|-3| = |3|$ því að tölurnar -3 og 3 eru báðar jafnlangt frá 0 punkti = 3 einingar

Veldajöfnur: Jöfnur sem innihalda veldi: Dæmi: $x^3 = 27$

Veldi: Endurtekin margföldun. Dæmi: $3^3 = 3 * 3 * 3 = 27$

Summa teningsstærða:

$$\boxed{x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)}$$

Mismunur teningsstærða:

$$\boxed{x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)}$$

Þáttun: Búa til margfeldi úr + og – stærð. Dæmi: $2x + 6 = 2(x + 3)$