2.kafli: Að lesa rúmfræði

Það fyrsta sem mér dettur í hug þegar ég heyri minnst á rúmfræði er: „að rúmfræðin er hugtakasafn“ um 80 hugtaka. Einnig má segja að rúmfræðin sé reglusafn um 30 reglna. Það sem er nýtt í rúmfræðinni er það að þú þarft að fara „að reikna með hugtökum“ en ekki bara með tölum og bókstöfum eins og áður. Það er nýtt að hugtökin segja þér hvernig þú átt að setja upp dæmið og jafnvel að leysa það. Einn nemenda minna sagðist vera línublindur. Hann skildi ekki hvernig þessar línur í rúmfræðidæmunum tengdust. Rétt er að taka það fram að allt var í lagi með skynjun viðkomandi en hann var að sama skapi ekki vel hugtakalæs. Hinsvegar gekk honum vel að leysa rúmfræðidæmi þegar hann var búinn að kynna sér hugtökin vel.

Mikilvægt er að lesa vel skilgreiningar og sýnidæmi í rúmfræði áður en farið er að leysa dæmin. Rúmfræðibækur eru samsettar þannig að um 70% af þeim er texti útskýringar og sýnidæmi sem þarf að lesa mjög vel fyrst og um 30% dæmi. Fall hefur því miður verið allt of mikið í rúmfræðinni og að óþörfu. Segja má að lögmálið um að : „lesa fyrst, reikna svo“ eigi vel við í rúmfræðinni.

Markmið þessa kafla er að sjálfsögðu að auka stærðfræðilæsi þitt og styðja þig til þess að vera sjálfbjarga og sterk/ur í rúmfræðinni þinni sem og annarri stærðfræði og að kynna hugtök rúmfræðinnar og sýna virkni þeirra.

2.1 Grunnhugtök í rúmfræðinni

Mjög mikilvægt er að vera vel læs á hugtök rúmfræðinnar. Lítum á þau helstu:

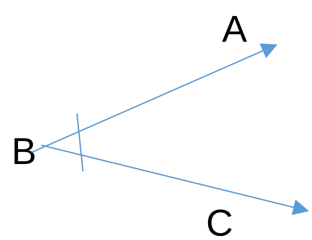
Punktur . Lína ⟷ Flötur

Þetta eru auðvitað lykilhugtökin því að aðeins með þeim verða hin hugtökin til.

Horn

Hornið B = ←B

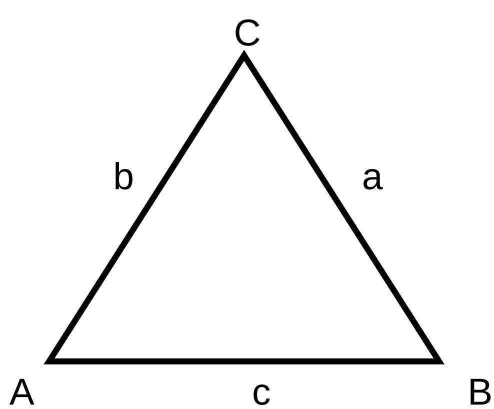
Oddpunktur B



←ABC Oddpunkturinn er í miðjunni

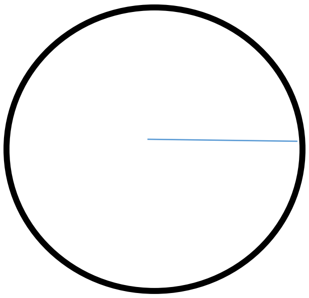
Horn myndast þar sem tveir armar skerast í oddpunkti. Táknunina ←ABC lestu frá arminum A inn í oddpunkt B og út á arminn C. Horn er eðlilega eitt af lykilhugtökum rúmfræðinnar.

Þríhyrningur



Þríhyrningur virðist einfaldur þ.e. þrjú horn og þrjár hliðar. Inni í △ eru fjöldi hugtaka sem þarf að vera læs á. Horn eru táknuð með stórum bókstaf A, B og C en hliðar með litlum bókstaf a, b og c. Á móti horninu A er hliðin a, á móti horninu B er hliðin b og á móti horninu C er hliðin c.

Hringur

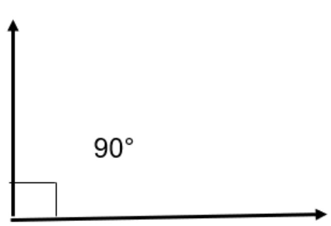


Hringur er eitt af grunnhugtökum rúmfræðinnar. Í hringnum eru mörg hugtök sem gott er að vera læs á. Til þess að geta reiknað rúmfræðidæmi þarf að vera vel hugtakalæs, þ.e. það þarf að vera mjög vel læs á hugtök og reglur stærðfræðinnar áður en farið er að leysa dæmin. Segja má að því betur sem þú þekkir hugtök og reglur rúmfræðinnar því betur gangi þér að leysa dæmin. Hér á eftir kemur yfirlit yfir hugtökin ásamt sýnidæmum.

2.2 Hugtök horna

2.2.1 Rétt horn

Rétt horn er 90°. Um leið og þú veist að horn sé rétt horn veistu að hornastærð þess er 90° .



2.2.2 Lagshorn

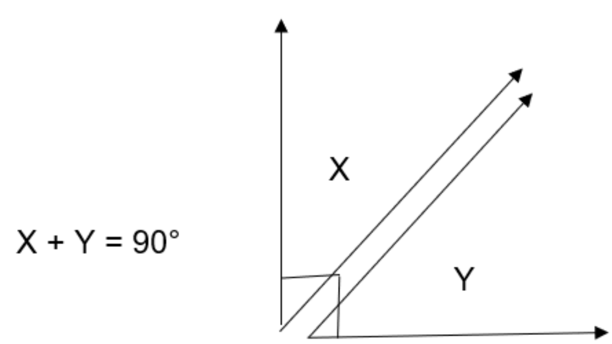
Lagshorn eru tvö aðskilin horn sem samtals mynda 90°.

> **Lagshornareglan:**
>
> $$X + Y = 90°$$

Hugtök fela í sér upplýsingar. Þegar þú veist stærð annars hornsins veistu hitt.

> **Dæmi:**
>
> **Leystu með jöfnulausn eða bara með hugarreikningi**
>
> **Hornin A og B eru lagshorn. Ef hornið A = 50°, hvað er þá hornið B stórt?**
>
> **B = 90°–50° = 40°**

Mundu að lagshorn eru samtals 90° og þær upplýsingar setja upp fyrir þig jöfnu sem leysir dæmið.



Dæmi:

$x + 20\ og\ 3x - 10$ eru lagshorn.

Finndu stærð x og stærð hornanna.

$x + 20° + 3x - 10° = 90°$

Jöfnulausn gefur:

$4x + 10° = 90°$

$4x = 90° - 10°$

$x = \frac{80°}{4}$

$x = 20°$

Prófun:

Þá er annað hornið:

$x + 20° = 20° + 20° = 40°$

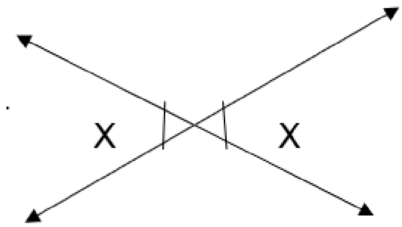
Og hitt hornið:

$$\begin{aligned} 3x - 10° &= 3 * 20° - 10° \\ &= 50° \end{aligned}$$

$40° + 50° = 90°$

2.2.3 Topphorn

Topphorn eru jafnstór: X=X



Dæmi: **Ef tvö horn eru topphorn og annað er 50°, hvað er þá hitt hornið X stórt? Þar sem topphorn eru jafnstór er X = 50°**

Dæmi:

2x + 20° og 3x -10° eru topphorn.

Finndu stærð x og stærð hornanna.

> Mundu: Topphorn eru jafnstór

Hér setur hugtakið upp jöfnuna fyrir þig og þú leysir hana síðan.

$$2x + 20° = 3x - 10°$$

Jöfnulausn gefur:

$$20° + 10° = 3x - 2x$$

$$30° = x$$

<u>Prófun:</u>

$2x + 20°$ og $3x - 10°$

$= 2 * 30° + 20°$ $= 3 * 30° - 10°$

$= 60° + 20° = 80°$ $= 90° - 20° = 80°$

Hornin eru því jafnstór, eða 80°.

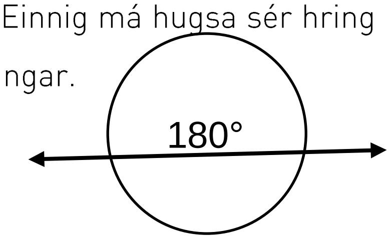
Þó að topphornareglan sé skýr og einföld þ.e.: „tvö horn sem eru topphorn eru jafnstór og jafnan verði því: annað hornið = hitt hornið. Þá er auðvelt að ruglast hér og segja að topphorn séu samtals 90° eða 180°. Það er samt ekki rétt og jafna sem er sett upp á þann hátt gefur eðlilega ekki rétta lausn. „Þú þarft að kunna hugtökin vel til þess að ruglast ekki".

2.2.4 Beint horn

Beint horn er 180°

Það er ef til vill skrítið að hugsa sér beina línu sem horn. Lítum á tvö 90° horn hlið við hlið.

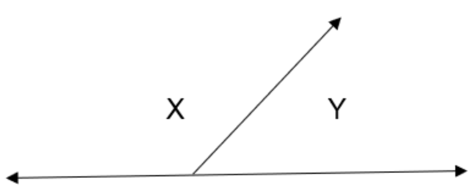
Grunnlína hornanna myndar eins og sjá má 180° horn. Einnig má hugsa sér hring sem er 360° skorinn í tvennt. Þá myndast 2x180° helmingar.



2.2.5 Grannhorn

Grannhorn eru tvö horn með sameiginlegan arm sem samtals eru 180°.

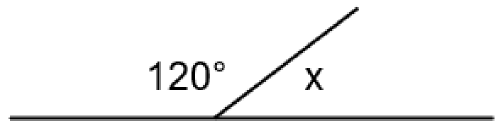
X + Y = 180°



Dæmi:

Tvö horn eru grannhorn. Annað er 120°, hvað er hitt þá stórt?

$x + 120° = 180° =$ grannhorn. Jöfnulausn gefur:



$x = 180° - 120°$

$x = 60°$

Dæmi:

[5x-30°] og [3x+10°] eru grannhorn. Finndu stærð x og stærð hornanna.

Grannhornareglan setur upp jöfnuna:

$[5x - 30°] + [3x + 10°] = 180°$

Jöfnulausn gefur:

$8x - 20° = 180°$

$8x = 180° + 20°$

$8x = 200°$

$x = \frac{200°}{8}$

x = 25°

Prófun:

$5x - 30° =$

$5 * 25° - 30°$

$125° - 30° = 95°$

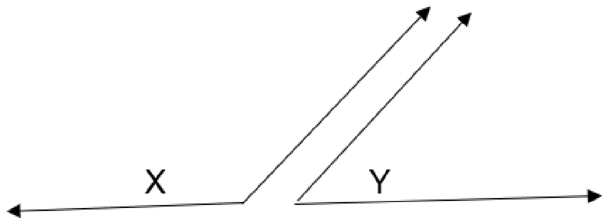
Og $3x + 10°$

$3 * 25° + 10°$

$75° + 10° = 85°$

2.2.6 Frændhorn

Frændhorn eru tvö horn með aðskilda arma sem samtals eru 180°. X + Y = 180°



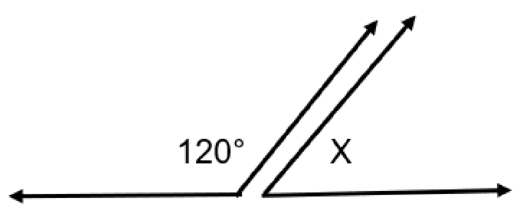
Dæmi:

Hornin x og 120° eru frændhorn.
Reiknaðu stærð hornsins x.

Prófun:

$$120° + 60° = 180°$$

Frændhorn eru 180°



$$120° + x = 180°$$

Jöfnulausn gefur

$$X = 180° - 120°$$

$$X = 60°$$

Frændhorn og grannhorn eru lík, þau eru bæði 180° en frændhornin eru aðskilin meðan grannhornin liggja saman (sjá mynd).

Dæmi:

A og B eru frændhorn. Hvað eru þau stór?

A = 4x + 20° og B = 2x +40°

$$[4x + 20°] + [2x + 40°] = 180°$$

Jöfnulausnir gefur:

$$6x + 60° = 180°$$

$$6x = 180° - 60°$$

$$6x = 120°$$

$$x = \frac{120°}{6}$$

$$x = 20°$$

<u>Prófun:</u>

$$4x + 20° =$$

$$4 * 20° + 20° =$$

$$80° + 20° = 100°$$

Og

$$2x + 40° =$$

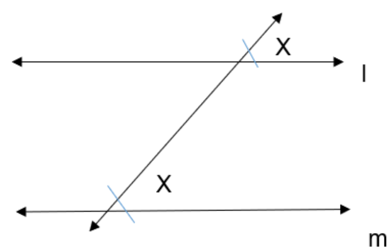
$$2 * 20° + 40° = 80°$$

Þá má sjá

$$100° + 80° = 180°$$

2.2.7 Einslæg horn við samsíða línur

Einslæg horn við samsíða línur eru jafnstór. Einnig má segja að ef einslæg horn eru jafnstór þá eru línurnar samsíða. l II m eða X=X



Dæmi:

Finndu x og stærðir einslægu hornanna: A = 4x – 20° og B = 3x + 10°

Einslæg horn eru jafnstór.

$$4x - 20° = 3x + 10°$$

Jöfnulausn gefur:

$$4x - 3x = 10° + 20°$$

$$x = 30°$$

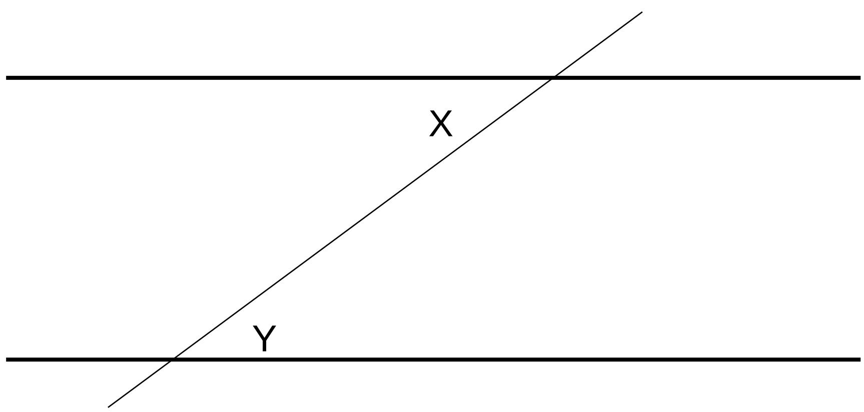
<u>Prófun:</u>

$[4x - 20]$	$[3x + 10$
$4 * 30 - 20$	$3 * 30 + 10$
$= 120 - 20$	$= 90 + 10$
$\underline{= 100°}$	$\underline{= 100°}$

Hornin eru jafnstór.

2.2.8 Víxlhorn

Víxlhorn eru jafnstór og segja má að hugtökin þrjú topphorn, víxlhorn og einslæg horn við samsíða línu séu skyld. Víxlhorn eru jafnstór við samsíða línur.

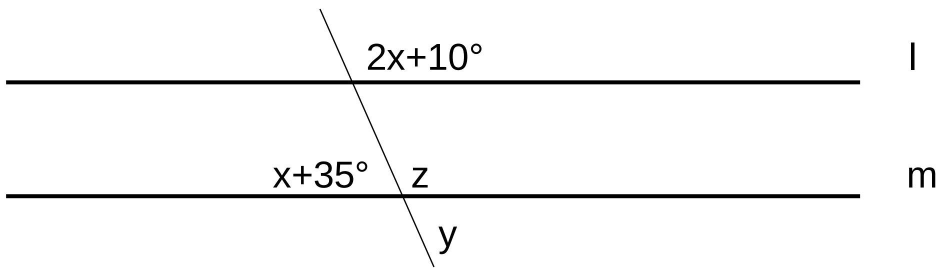


X og Y er víxlhorn og jafn stór.

Segja má að eitt stakt rúmfræðihugtak sé ekki flókið eins og þau sem kynnt hafa verið hér að framan en þegar komið er út í flóknari dæmi reynir ef til vill á 3-5 hugtök í sama dæmi og þá þarf að vera vel hugtakalæs og átta sig vel á samhengi hlutanna.

Dæmi:

Finndu stærðir hornanna: x, y og z. Línurnar l og m eru samsíða.



Grannhorn eru 180°, því eru:

$[2x + 10°] + [x + 35°] = 180°$

Jöfnulausn gefur:

$3x + 45° = 180°$

$3x = 180° - 45°$

$3x = 135°$

$x = 45°$

Prófun:

$2x + 10° + x + 35° = 180°$

$2 \cdot 45° + 10° + 45° + 35° = 180°$

$90° + 10° + 45° + 35° = 180°$

Grannhorn eru 180°

$80° + z = 180°$

$z = 180° - 80°$

$z = 100°$

Topphorn eru jafnstór

$x = 45°$ og $y = x + 35°$

$x + 35° = 80°$

$y = 80°$

Algeng mistök hjá þeim sem eru ekki vel hugtakalæs er að rugla hornum saman og segja að:

„Topphorn séu 180°“
„Lagshorn séu jöfn hvort öðru“
„Frændhorn séu 90°“
„Grannhorn séu jafnstór“

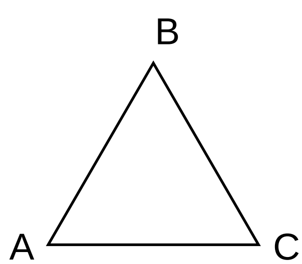
Það er ekki rétt og þar af leiðandi verður jafnan sem á að leysa dæmið ekki rétt og svarið ekki heldur. Mikilvægt er að lesa mjög vel alla texta um skilgreiningar á hugtökum og lesa vel öll sýnidæmi sem sýna hvernig hugtökum og reglum er beitt áður en farið er að nota þessar upplýsingar við dæmalausn.

2.3 Hugtök þríhyrnings

Þótt þríhyrningurinn sjálfur sé að mestu leyti tiltölulega einfaldur er hægt að setja inn í hann mörg hugtök sem þarf að vera vel læs á til þess að geta notað þau við lausn á dæmum. Hugtakalæsi er því mjög mikilvæg við lausn á þríhyrningadæmum. Lítum nú á þau ásamt sýnidæmum.

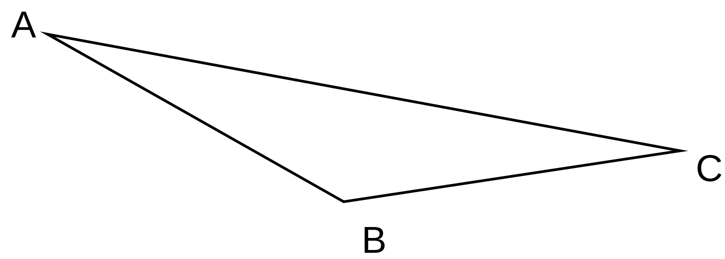
2.3.1 Hvasshyrndur þríhyrningur

Hvasshyrndur þríhyrningur hefur öll þrjú hornin minni en 90°.



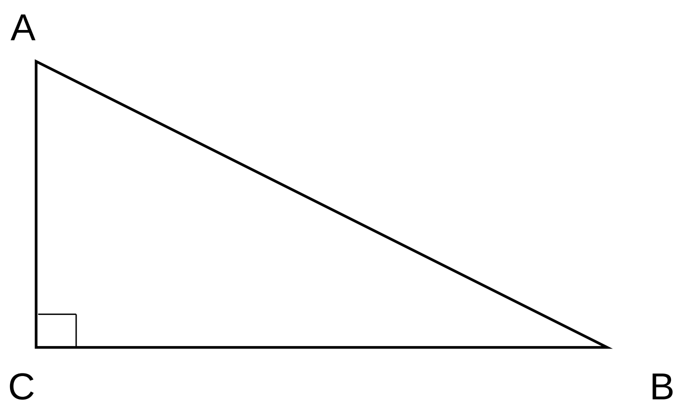
2.3.2 Gleiðhyrndur þríhyrningur

Gleiðhyrndur þríhyrningur hefur eitt horn stærra en 90° og tvö minna en 90° (hvöss).



2.3.3 Rétthyrndur þríhyrningur

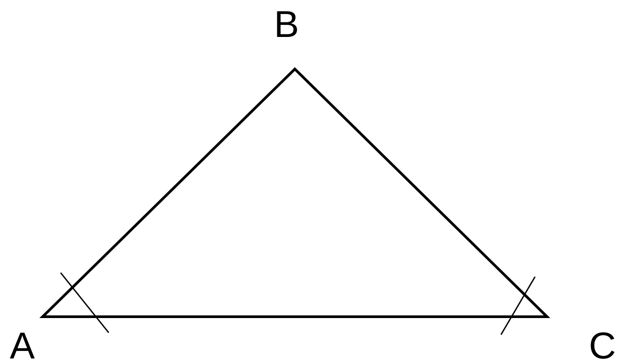
Rétthyrndur þríhyrningur hefur eitt horn 90°og hin tvö minni en 90° (hvöss).



Aðeins er hægt að nota reglu Pýþagórasar og reglur um cos, sin og tan á þríhyrninga, þá og því aðeins að hann sé með 90° horn.

2.3.4 Grunnlínuhorn þríhyrnings

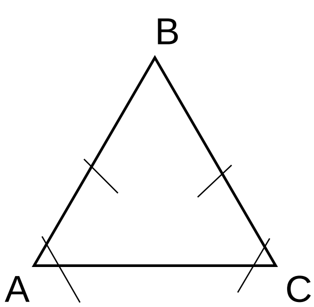
Horn við grunnlínu eru tvö.



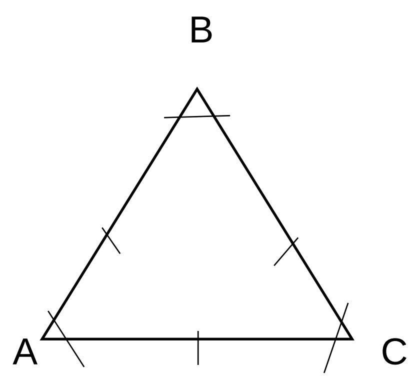
Grunnlína

Horn A og horn C eru grunnlínuhorn.

Í jafnarma þríhyrningi eru grunnlínuhornin jafn stór. Í jafnhliða þríhyrningi eru öll hornin jafn stór eða 60°hvert horn.



Jafnarma þríhyrningur.



Jafnhliða þríhyrningur.

2.3.5 Um sannanir

Sönnun er röð ályktana. Mér finnst rétt að segja að rökhugsunin í sönnuninni rammi inn hugmyndir okkar og auðveldi okkur að hugsa um sönnunina. Grunnmódelið lítur svona út:

Ef
$[A] = [B] = [C]$
þá er
$[A] = [C]$

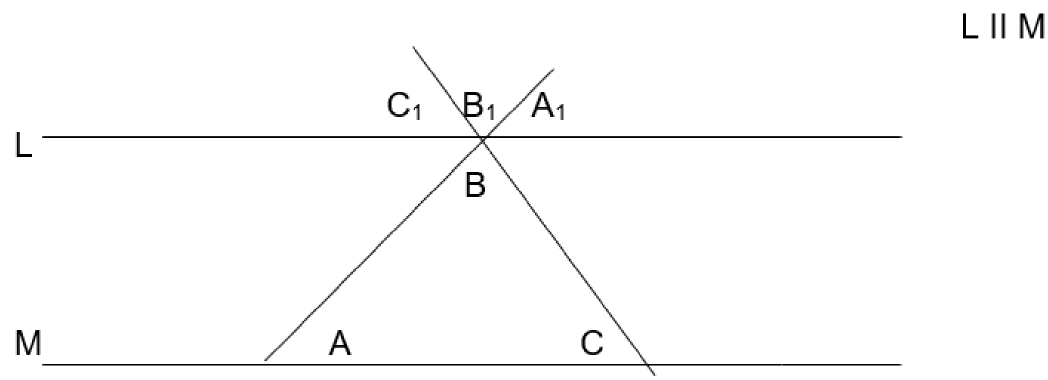
Sönnunin hér á eftir um hornasummu þríhyrnings =180° má hugsa í þessu módeli á eftirfarandi hátt:

Ef:
(hornasumma þríhyrnings.) = (grannhorn) = 180°
Þá er:
(hornasumma þríhyrnings.) = 180°

Mér gekk ekki vel með sannanir fyrr en ég fór að hugsa þær í þessu rökmódeli.

2.3.6 Hornasumma þríhyrnings

Hornasumma þríhyrnings er 180° og er það alltaf fyrir alla þríhyrninga. Nú skulum við sanna það með hugtökum sem við erum búin að skilgreina.



Línurnar L og M eru samsíða og milli þeirra er þríhyrningurinn A,B,C.

$B_1 = B \rightarrow$ **Topphorn.**

$A_1 = A$

Einslæg horn við samsíða línur.

$C_1 = C$

Þegar búið er að raða A,B,C upp á beina línu sést að þau eru grannhorn eða 180°eins og hornin A, B og C inni Í △= △ABC=180°.

Ef:

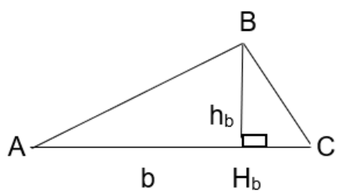
Hornin A, B og C = hornin A_1, B_1 og C_1 = 180°

þá verða:

hornin A, B og C = 180°

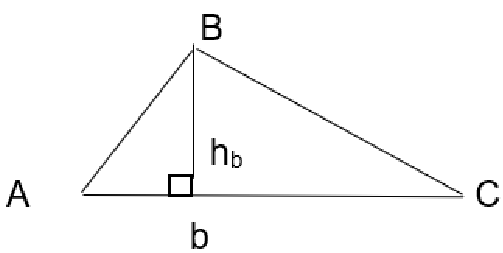
2.3.7 Hæð í þríhyrningi

Þegar mæla á hæð þá mælir þú frá hæsta punkti til þess lægsta.



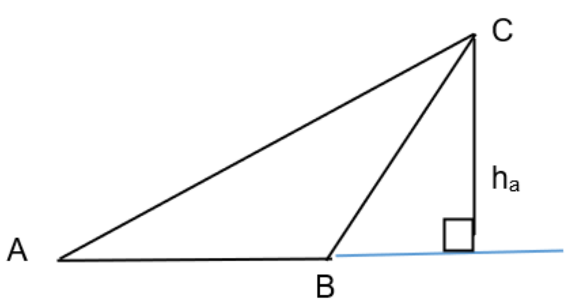
Fótpunktur hæðarinnar H_B er skurðpunktur hæðarinnar við grunnlínu

Hæð í þríhyrningi byrjar í oddpunkti og fer beint niður á grunnlínuna og þar myndast tvö 90° horn. Hæðin er táknuð með h og svo a,b eða c =→ ha, hb og hc eftir því hvort hæðin byrjar í horni A, B eða C og endar á grunnlínu a, b eða c.



h_b = Hæð b úr horninu B á hliðina b.

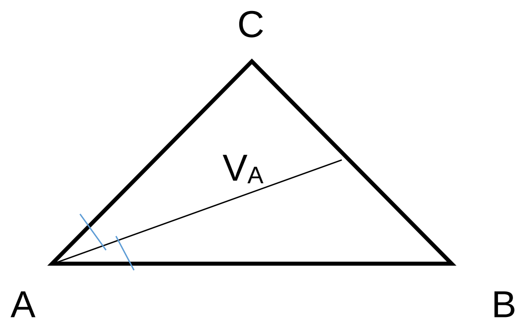
Sé þríhyrningurinn gleiðhyrndur þ.e. eitt hornið er stærra en 90° þá lendir hæðin á framlengdri grunnlínu, sjá mynd:



Hæð er lína frá oddpunkti þríhyrningsins og beint niður og myndar því 90° horn við grunnlínu (sjá mynd að ofan).

2.3.8 Helmingalína horns í þríhyrningi

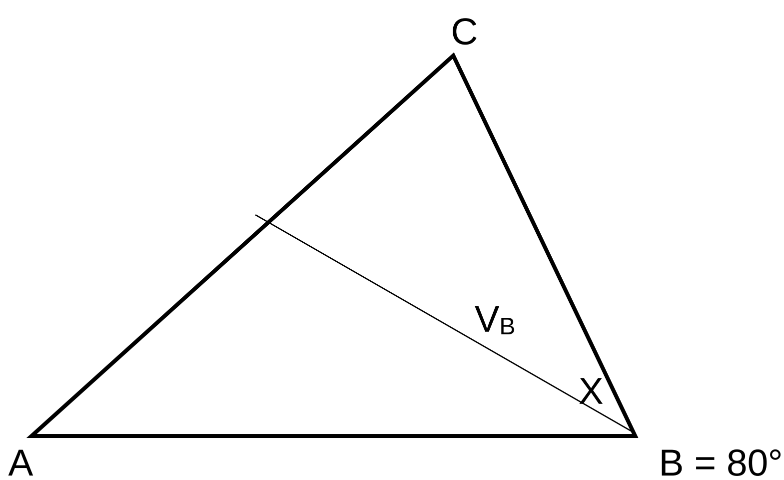
Helmingalína helmingar horn. Oft er gott að hlusta á merkingu hugtaksins.



Helmingalína horns byrjar í oddpunkti og helmingar hornið. Helmingalínan hefur táknið V og er merkt eftir því úr hvaða horni hún er dregin V_A, V_B og V_C.

Dæmi:

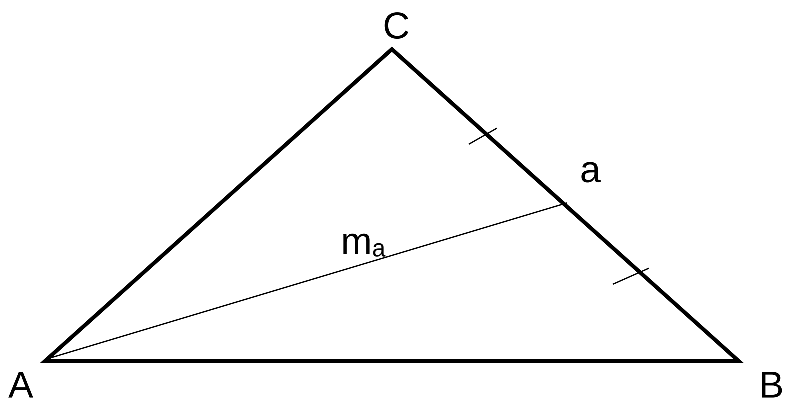
Ef hornið B er 80° og V_B helmingalína hornsins B. Þá veistu að X = 40°



$$x = \frac{80°}{2} = 40°$$

2.3.9 Miðlína

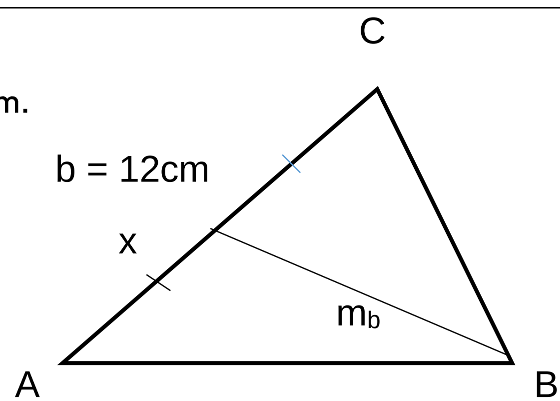
Miðlína byrjar í oddpunkti og helmingar mótlæga grunnlínu. Miðlína hefur táknið m og síðan tengingu við grunnlínu m_a, m_b og m_c



Dæmi:

Grunnlína b = 12 cm.

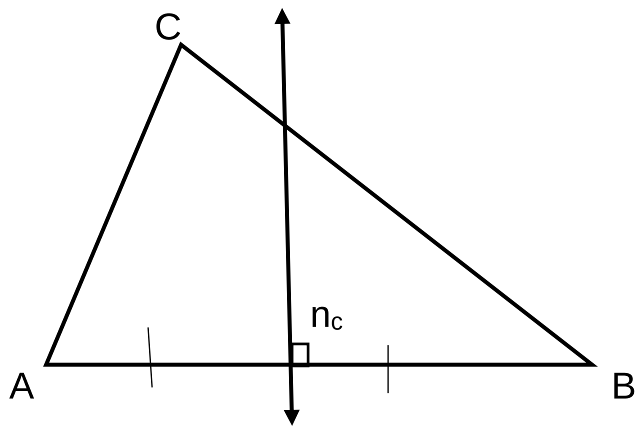
Hvað er x stórt?



$$x = \frac{12}{2} = 6\ cm$$

2.3.10 Miðþverill

Miðþverill er lína sem helmingar grunnlínu og myndar 90° horn við hana. Miðþverill hefur táknið n og tengist línunni sem hann sker = n_a, n_b, n_c.

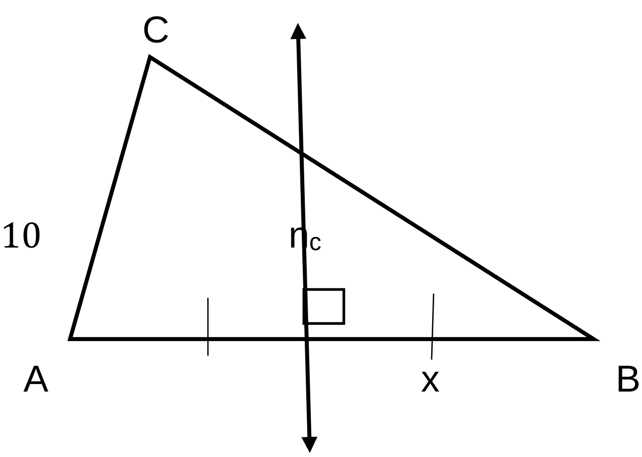


Dæmi:

Hvað er x stórt ef grunnlínan c er 10 cm?

x = 5 cm.

Grunnlínan öll $5 + 5 = 10$

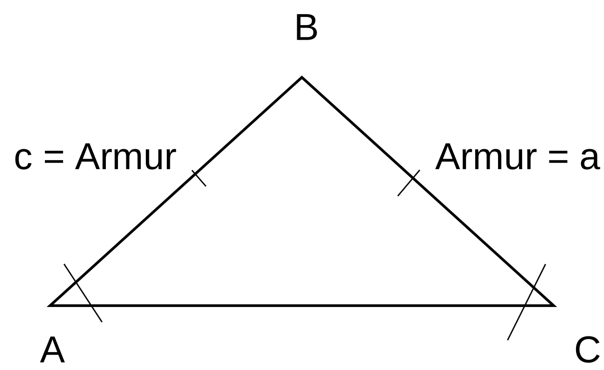


Öll þessi fjögur hugtök þríhyrningsins hæð, helmingalína, miðlína og miðþverill hæða tákna í raun þrjú tákn eitt fyrir hverja hlið eða horn.

Hæð = h	**Helmingalína = v**	**Miðlína = m**	**Miðþverill = n**

2.3.11 Jafnarma þríhyrningur

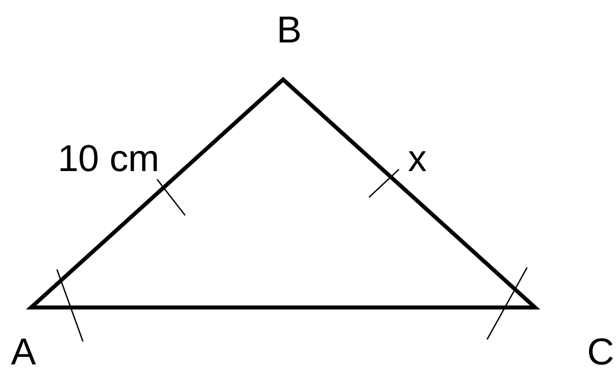
Jafnarma þríhyrningur er þríhyrningur með jafnlanga arma. Það þýðir að tvær hliðar í þríhyrningnum eru jafnlangar sem þýðir um leið að hornin undir örmunum = hornin við grunnlínu eru jafnstór.



Horn A og horn C eru grunnlínuhornin sem eru jafnstór í jafnarma þríhyrning. Armarnir = hlið c og hlið a eru jafnlangar.

Dæmi:

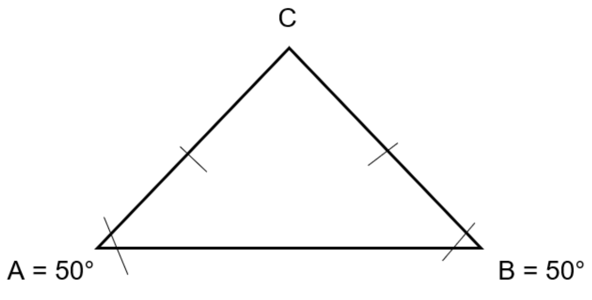
Þríhyrningurinn ABC er jafnarma, hvað er x stórt?



Hugarreikningur gefur x = 10 cm því jafnarma þríhyrningur hefur jafn stóra arma. Hliðarnar a og c eru jafn stórar.

Dæmi:

Þríhyringurinn ABC er jafnarma, hve stór eru hornið C ef hornið A = B =50°?



A = B = 50° því hann er jafnarma, horn við grunnlínu eru jafnstór í jafnarma þríhyrningi.

Hornasumma þríhyrnings er 180° og því má fá:

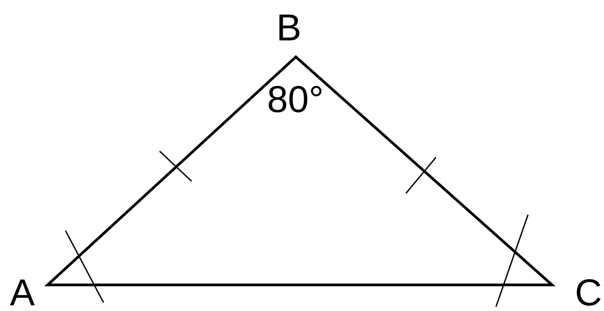
$$Y = 180° - 50° - 50°$$

$$Y = 180° - 100°$$

$$Y = 80°$$

Dæmi:

Þríhyrningurinn ABC er jafnarma. Finndu stærðir hornanna A og C ef hornið B = 80°

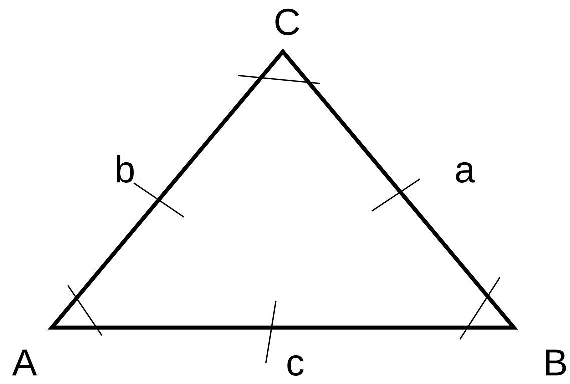


Hornin A og C eru jafnstór því þau eru hornin við grunnlínu í jafnarma þríhyrningi og því er:

$$A = C = {}^{(180° - 80°)}/_{2} = {}^{100°}/_{2} = 50°$$

2.3.12 Jafnhliða þríhyrningur

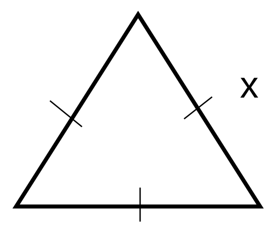
Í jafnhliða þríhyrningi eru allar hliðarnar jafnlangar og þar af leiðandi eru öll horn líka jafn stór eða $\frac{180°}{3} = 60°$



Dæmi:

Þríhyrningur er jafnhliða og þá eru öll hornin jafnstór eða 60° og ef ein hliðin er 10 cm, hvað eru þá hinar hliðarnar stórar?

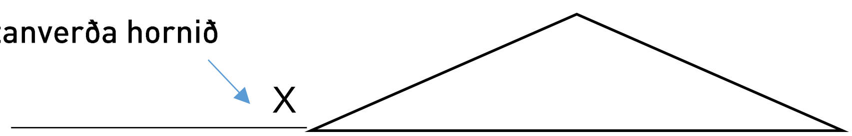
Hugarreikningur gefur þá að x= 10 cm.



2.3.13 Utanvert horn í þríhyrningi

Hlustaðu á hugtakið, hvar er utanvert horn í þríhyrningi? Það er eðlilega fyrir utan þríhyrninginn eins og innanverð horn eru inni í þríhyrningnum.

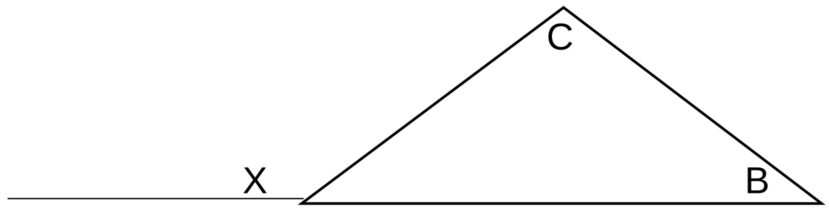
Utanverða hornið



Utanvert horn í þríhyrningi er gott dæmi um hugtak í rúmfræðinni sem einnig er regla.

2.3.14 Regla um utanvert horn

Utanvert horn í þríhyrningi er jafnstórt og mótlæg innanverð horn.



Regla um utanvert horn:

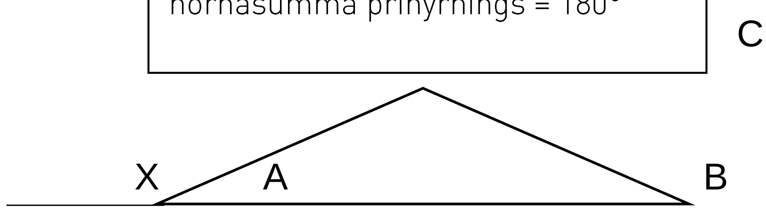
$$X = B + C$$

Nú skulum við sanna þessa reglu, það gerum við með hjálp tveggja hugtaka. Látum hugtökin sanna regluna:

Grannhorn = 180°

og

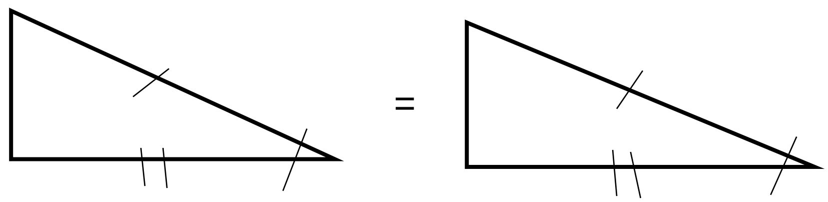
hornasumma þríhyrnings = 180°



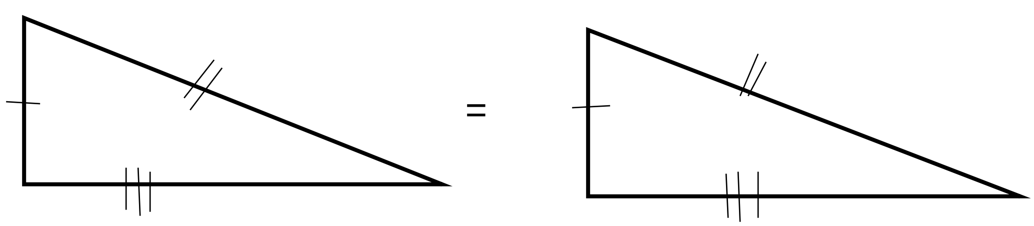
Grannhornið = 180°	**Hornasumma þríhyrnings = 180°**
$X + A = 180°$	$A + [B + C] = 180°$
Einangrum X	**Einangrum** $[B \ + \ C]$
$X = [180° - A]$	$B + C = [180° - A]$
$X = 180° - A = B + C$	
$X = B + C$	
Sönnun lokið	

2.3.15 Eins þríhyrningar

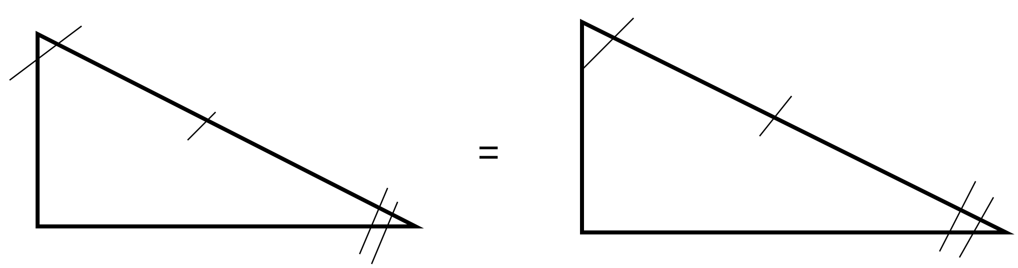
Þríhyrningar eru eins, þ.e. aljafnir ef: tvær hliðar og hornið á milli þeirra eru jafnstór í þeim báðum: hlið – horn – hlið



eða allar hliðar eru eins: hlið – hlið – hlið

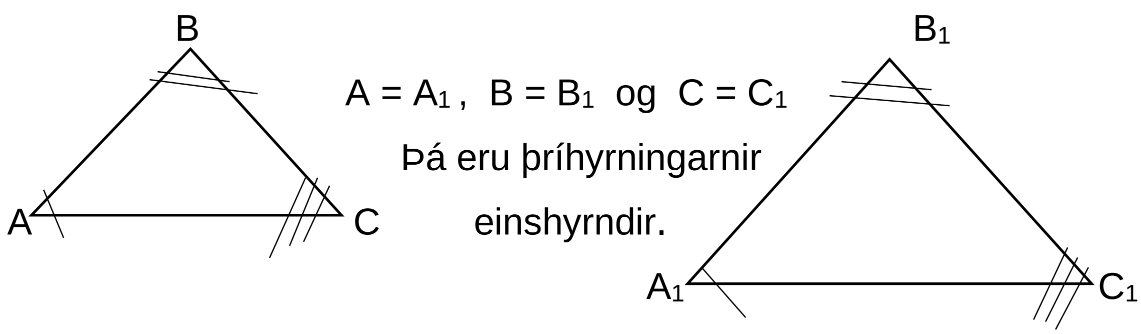


eða tvö horn og hliðarnar á milli þeirra eru eins: horn – hlið – horn.



2.3.16 Einshyrndir þríhyrningar

Einshyrndur þríhyrningur er hugtak, sem einnig er regla og reikniaðferð. Það sem einkennir einshyrnda þríhyrninga er eins og hugtakið segir að þá eru samsvarandi horn jafnstór þótt þríhyrningarnir séu hinsvegar ekki jafn stórir.

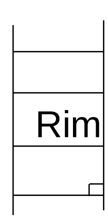


Þetta þýðir einnig að sambærilegar hliðar eru hlutfallslega jafnar, þ.e. deilingarlega jafnar.

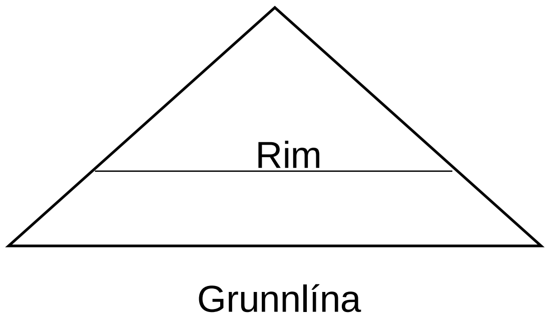
Gott er að nota þessa aðferð á alla þríhyrninga. Þeir þurfa ekki endilega að vera rétthyrndir.

2.3.17 Rim

Hugtakið rim tengist einshyrndum þríhyrningum. Rimar stiga eru samsíða, annars verður stiginn skakkur.



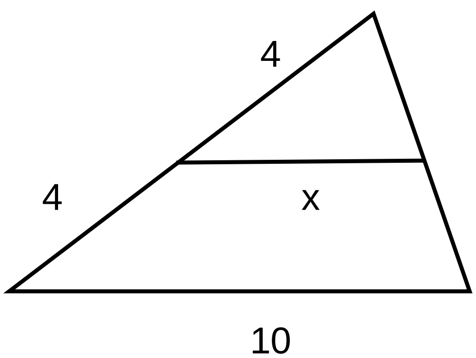
Rim=grunnlínan í minni þríhyrningnum er samsíða grunnlínu stærri þríhyrningsins.



Þar af leiðandi eru þríhyrningarnir einshyrndir.

Dæmi:

Finndu lengd rimarinnar x.



$$\frac{4}{8} = \frac{x}{10}$$

$$8x = 40$$

$$x = \frac{40}{8}$$

$$x = 5cm$$

$\underline{Prófun:}$

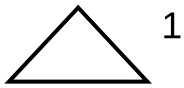
$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

og

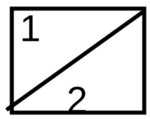
$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

2.3.18 Hornasumma n-hyrninga

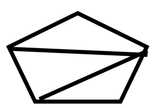
Hornasumma þríhyrnings: $= 1 * \ 180°$



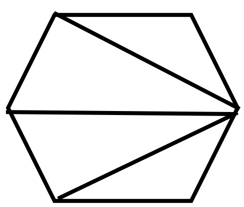
Hornasummu ferhyrnings má túlka sem tvo þríhyrninga: $2 * 180° = 360°$



Hornasummu fimmhyrnings má túlka sem þrjá þríhyrninga: $= 3 * 180° = 540°$



Hornasummu sexhyrnings má túlka sem fjóra þríhyrninga: $4 * 180° = 720°$



Reglan er $(fjöldi\ horna - 2) \ * \ 180°$

Hornasumma marghyrnings $= (n - 2) * 180°$ þar sem n er fjöldi horna.

Dæmi:

Hver er hornasumman í 18 hyrningi?

(n – 2) * 180°

$(18 - 2) * 180°$

$16 * 180° = 2880°$

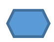
2.3.19 Hornalínur

Fjöldi hornalína í n-hyrningi:

Hornalínur í  = 0

Hornalínur í  = 2

Hornalínur í  = 5

Hornalínur í  = 9

Reglan er $\frac{(n-3)*n}{2} = fjöldi\ hornalína$ þar sem n er fjöldi horna.

Dæmi:

Hve margar hornalínur eru í 12 – hyrningi?

$$n = 12$$

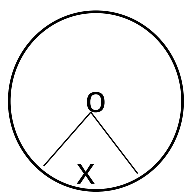
$$\frac{(12-3)*12}{2} = 66\ hornalínur$$

2.4 Hugtök hrings

Horn við hring eru miðhorn, ferilhorn, innanvert horn og utanvert horn. Skoðum nú þessi hugtök og beitingu þeirra.

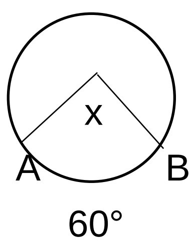
2.4.1 Miðhorn

Miðhorn er með oddpunkt sinn í miðju hringsins. Miðhorn hefur radíusa fyrir arma og er jafnstórt og boginn sem það býr til.



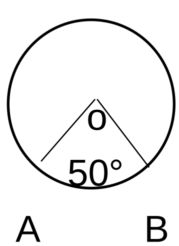
O = miðpunktur hrings

Dæmi:



Boginn AB er 60°. Hve stórt er x? $x = 60°$ **sem er hugarreikningur, jafnstórt og boginn sem það býr til.**

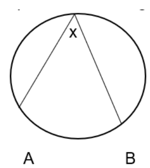
Dæmi:



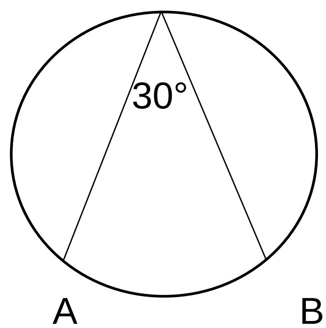
Miðhornið er 50°. Hve stór er boginn AB sem hornið býr til ? Boginn AB = 50° jafnstór og miðhornið.

2.4.2 Ferilhorn

Ferilhorn hefur oddpunkt sinn á hringferlinum (hringnum sjálfum). Ferilhorn er jafn stórt hálfum boganum sem það býr til eða boginn er tvisvar sinnum stærri en ferilhornið.



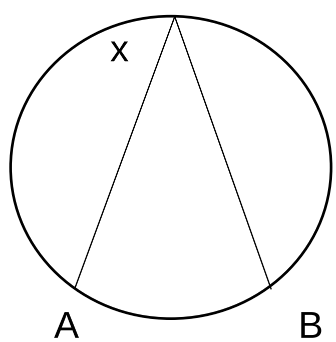
Dæmi: 30° ferilhorn myndar bogann AB, hvað er boginn AB stór?



$$AB \;=\; 30x2 = 60°$$

Dæmi:

Hve stórt er hornið x ef boginn AB er 70°?



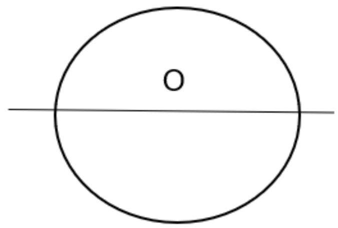
$$X \;=\; Ferilhorn \;=> \frac{70°}{2} = 35°$$

Þó svo miðhorn og ferilhorn séu ekki flókin hugtök svona ein og sér geta dæmi með þessum hornum verið flókin.

2.4.3 Miðstrengur

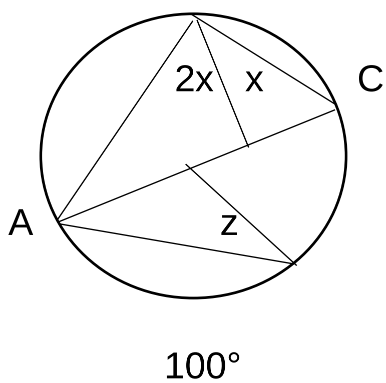
Í sambandi við miðhorn og ferilhorn er rétt að geta hugtaksins miðstrengur í hring.

Hann skiptir 360°hring í $2 * 180°$ helminga.



Dæmi:

AC er miðstrengur. Reiknaðu stærð x og z.



Reiknaðu stærðina á x.

$2x + x$ eru ferilhorn sem spanna 180°boga, þ.e.

$3x = \frac{180}{2} = 90°$

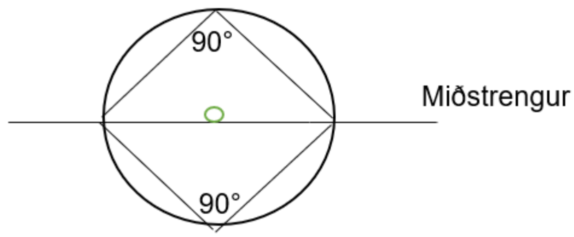
$x = \frac{90}{3} = 30°$. $\quad\quad x = 30°$

Z er horn við grunnlínu í jafnarma þríhyrning.

$Z = 180° - 100 = \frac{80°}{2} = 40°$ $\quad\quad z = 40$

2.4.4 Regla um ferilhorn

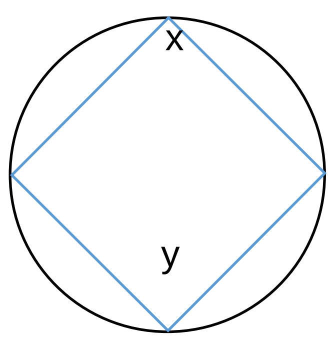
Það sem er skemmtilegt við hugtökin í stærðfræði er að þau geta verið hugtak sem er lýsandi (lýsa ákveðnu fyrirbæri, t.d. punkti) eða virkt hugtak sem ber með sér viðbótarupplýsingar sem hjálpa til við lausn dæma. Einnig getur hugtak í stærðfræði verið reikniregla sem reiknar lausnir á dæmum. Ferilhorn er eitt þessara hugtaka sem getur verið allt þetta þrennt.



Hringur er 360°. Miðstrengur skiptir hringnum í 2 * 180° helminga og ferilhorn sem spannar 180° boga er með tvö ferilhorn sem spanna saman allan hringinn og eru því samtals 180°.

2.4.5 Innritanlegur ferhyrningur í hring

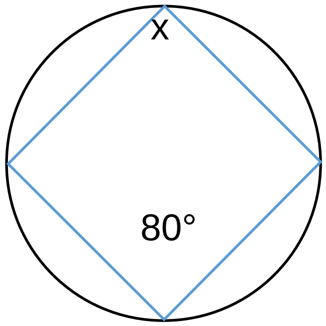
Ef ferhyrningur er innritanlegur í hring, þá eru mótlæg horn hans frændhorn eða samtals 180°. Hornin x og y spanna saman allan 360° hringinn og eru ferilhorn =⟶ $\frac{360}{2} = 180°$



$$x + y = 180°$$

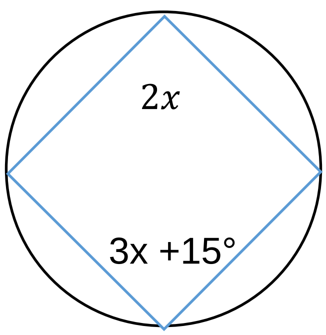
Dæmi:

Reiknaðu stærðina á x.



$$x = 180° - 80° = 100°$$

Dæmi:



Mótlæg horn eru = 180°

2x +3x+15° = 180°

5x = 180° - 15°

5x = 165°

x = $\frac{165°}{5}$

x = 33°

Prófun:

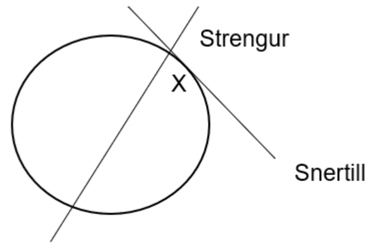
$$2x = 2 * 33 = 66°$$

$$3x + 15° = 2 * 33 + 15° = 114°$$

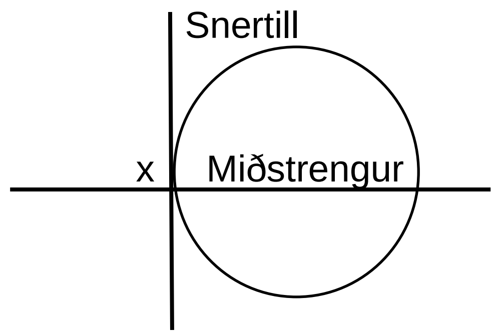
$$Alls\ 66° + 114° = 180°$$

2.4.6 Strengsnertilhorn

Strengsnertilhorn er hornið á milli strengs og snertils í hring. Það er í raun afbrigði við ferilhorn. Strengsnertilhorn er jafn stórt og ½ boginn sem það býr til.



Mynd:

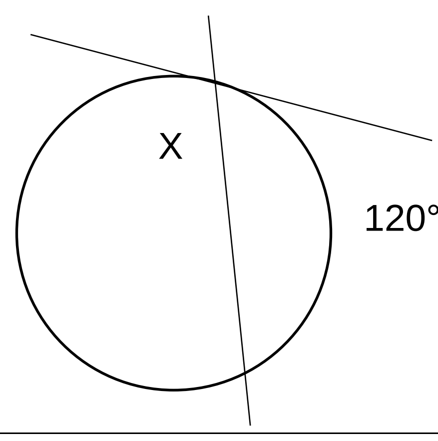


$$\boxed{x = \frac{180°}{2} = 90°}$$

Miðstrengur og snerill sem mynda 90° horn mynda saman 180° boga. Þar sést reglan vel.

Dæmi:

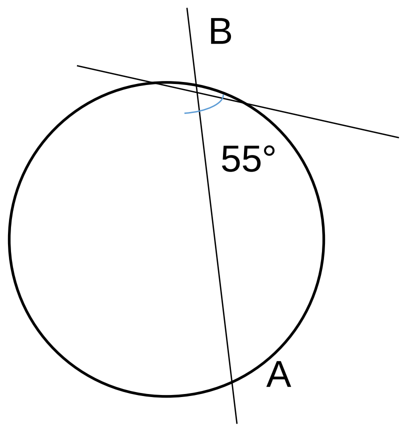
Finndu stærðina á horninu x.



$$X = \frac{120°}{2} = 60°$$

Dæmi:

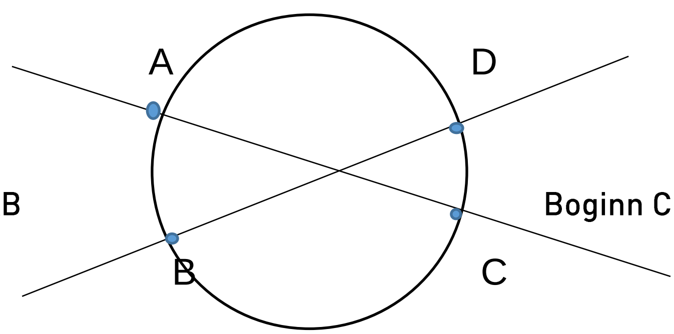
Finndu stærð bogans AB.



Boginn $AB\ =\ 2 * 55° = 110°$

2.4.7 Innanvert horn

Hvar er innanvert horn í hring? Hugtakið er gegnsætt: það er inni í hringnum. Hornin mynda bogana AB og CD.

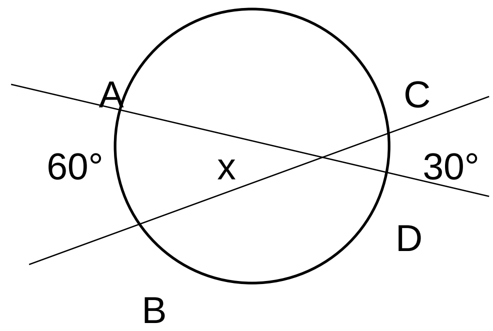


Innanverðu hornin tvö eru jafnstór topphorn. Reglan fyrir innanvert horn.

$$\boxed{x = \frac{AB + CD}{2}}$$

Dæmi:

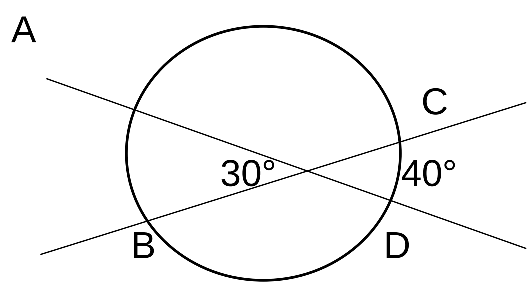
Finndu hornið x.



$$x = \frac{60 + 30}{1} = \frac{90}{2} = 45°$$

Dæmi:

Finndu stærð bogans AB.



$$30° = \frac{AB + 40°}{2}$$

Jöfnulausn gefur okkur:

$$30° * 2 = 40° + AB$$

$$60° = AB + 40°$$

$$60° - 40° = \mathrm{AB}$$

$$20° = AB$$

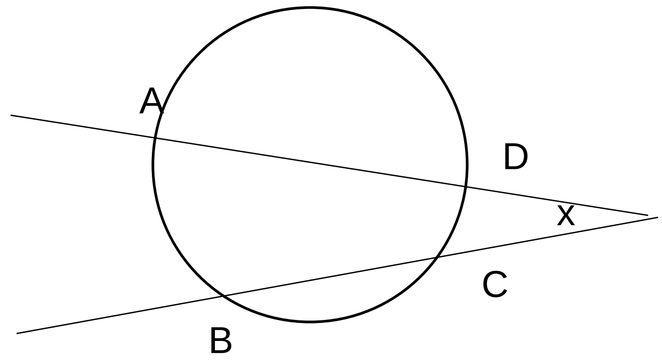
Prófun:

$$\frac{20 + 40}{2}$$

$$= \frac{60}{2}$$

2.4.8 Utanvert horn

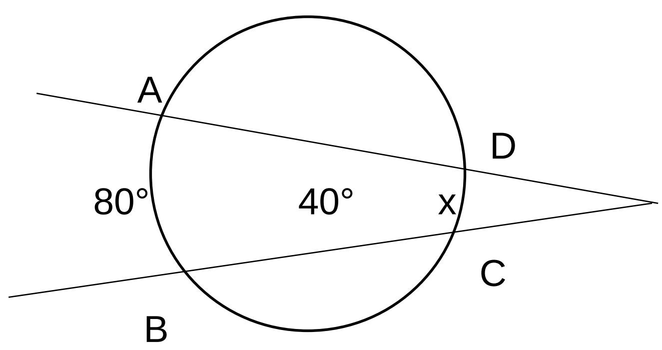
Utanvert horn liggur fyrir utan hringinn og býr líka til tvo boga við hringinn.



Reglan segir: $\frac{Stærri\ boginn - litli\ boginn}{2} = Hornið\ x.$ eða $x = \frac{AB - CD}{2}$

Dæmi:

Finndu hornið x.



$$x = \frac{80° - 40°}{2}$$

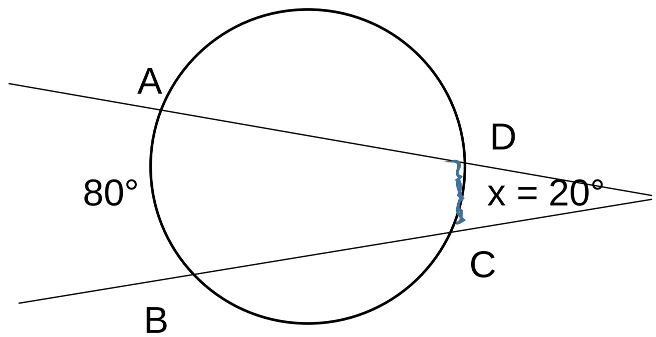
$$x = \frac{40°}{2}$$

$$x = 20°$$

Einnig er hægt að nota regluna til að finna stærð á boganum.

Dæmi:

Finndu stærð bogans CD. Ef hornið x = 20°



→

Framhald:

$$20° = \frac{80° - CD}{2}$$

Jöfnulausn gefur:

$$20° * 2 = 80° - CD$$

$$40° = 80° - CD$$

$$CD = 80° - 40°$$

$$CD = 40°$$

Prófun:

$$\frac{80° - 40°}{2} = \frac{40}{2} = 20°$$

Þú þarft alltaf að vita allar stærðir í formúlunum/reglunum nema eina. Síðan finnur þú hana með venjulegri jöfnulausn þar sem þú einangrar óþekktu stærðina. Segja má að þarna mæti rúmfræðin algebrunni og þú notar jöfnulausnir til að leysa rúmfræðidæmin.

Andhverfur jöfnulausnar		
+	⟷	-
*	⟷	÷
Veldi	⟷	Rót

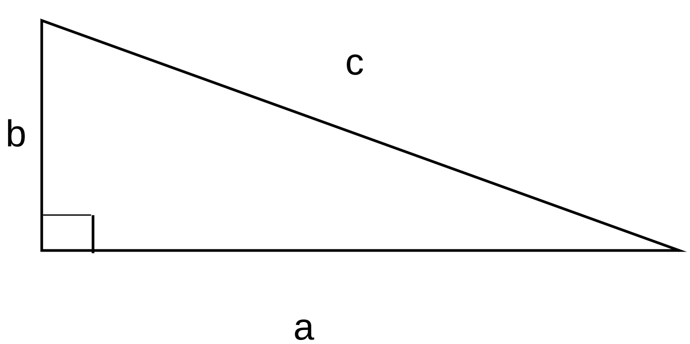
Eins og sést á dæmunum hér að framan er hægt að nota reiknireglur um innanvert horn og utanvert horn bæði til þess að finna hornið og bogana. Við höfum nú skoðað hugtök horna, þríhyrninga og hringa. Rúmfræðin er sem fyrr segir hugtakasafn um 80 hugtaka sem mikilvægt er að kunna vel þegar farið er að leysa dæmi og sanna reglur. Einnig má segja að rúmfræðin sé reglusafn 30 reglna.

2.5 Reglur um 90° þríhyrninga

Seinni hluti umfjöllunarinnar er um rúmfræðina sem reglusafn. Hafa ber í huga að reglurnar eru settar saman með táknum eins og G, g, π og fleira sem þarf að vera mjög vel læs á. 90° þríhyrningurinn er það reglufastur og sérstakur að það eru til reglur sem gilda aðeins um 90° þríhyrninga og enga aðra.

2.5.1 Pýþagórasarregla

Frægasta stærðfræðireglan er kennd við Grikkjann Pýþagóras og er reglan meira en 2600 ára gömul og þar eru a og b skammhliðar en c er langhlið.



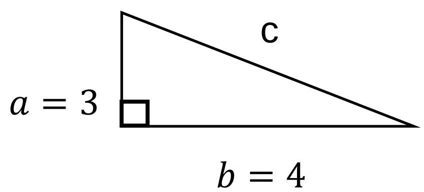
Með Pýþagórasarreglu er hægt að reikna út eina hlið í 90° þríhyrningi ef þú veist hinar tvær og sanna hvort þríhyrningurinn er 90° ef þú veist allar þrjár hliðarnar.

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

Frægasta pýþagóríska þrenndin er 3,4 og 5.

Dæmi:

Reiknaðu lengdina á C.



$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = c^2$

$9 + 16 = c^2$

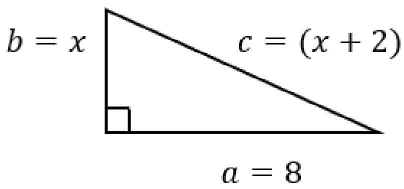
$25 = c^2$

$\sqrt{25} = c$

$5 = c$

Regla Pýþagórasar segir ekki að $a + b = c$ heldur verður þú að setja allar hliðar í annað veldi $a^2 + b^2 = c^2$ til þess að hún virki. Þessi þrennd 3,4 og 5 er í mínum huga besta skýringin á því hvernig regla Pýþagórasar virkar.

Dæmi:



Muna að langhliðin $c =$ er alltaf á móti 90° horninu.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Prófun:

$a^2 + b^2 = c^2$

$8^2 + 15^2 = 17^2$

$64 + 225 = 28$

$289 = 289$

Það stenst.

→

Framhald:

$$8^2 + x^2 = (x + 2)^2$$

Jöfnulausn gefur:

$$64 + x^2 = (x + 2)(x + 2)$$

$$64 + [x^2] = [x^2] + 4x + 4$$

$$64 = 4x + 4$$

$$64 - 4 = 4x$$

$$60 = 4x$$

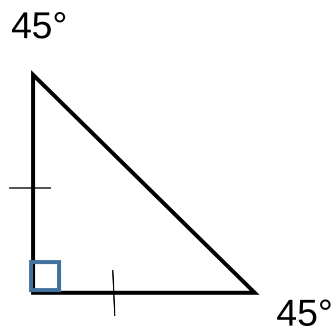
$$\frac{60}{4} = x$$

$$x = 15$$

2.5.2 45°-45°-90°- þríhyrningur

45-45-90 þríhyrningur er jafnarma. Skammhliðarnar eru jafnlangar $a = b$.

Langhliðin er $\sqrt{2}$ sinnum lengri en önnur skammhliðin. $C = \sqrt{2} * a$



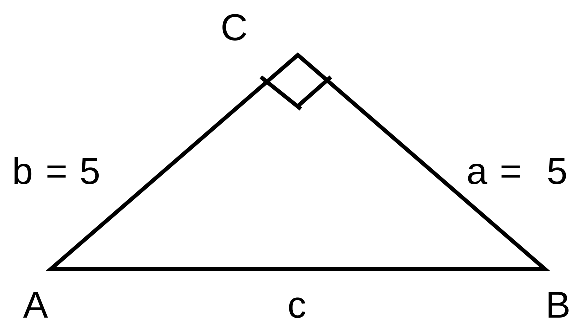
Dæmi:

Reiknaðu lengd langhliðinnar c.

Ef a = b = 5

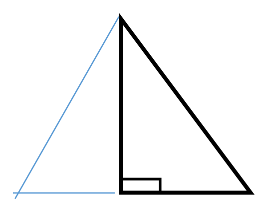
5 = b

$$c = \sqrt{2} * 5 = 7{,}07\ cm$$



2.5.3 30°-60°-90°-þríhyrningur

Segja má að þríhyrningur með hornastærðirnar 30°- 60° og 90° sé helmingurinn af jafnhliða þríhyrningi.



Langhliðin er tvöfalt lengri en skemmri skammhliðin.

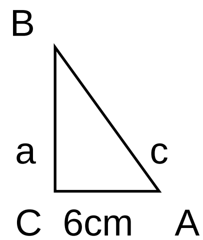
$$C = 2b$$

Skammhliðin er $\sqrt{3}$ sinnum lengri en skemmri skammhliðin.

$$a = \sqrt{3} * b$$

Dæmi:

Finndu lengd hliðanna a og c



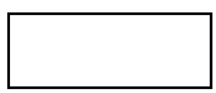
$$c = 2 * b \quad => \quad c = 2 * 6 = 12\ cm$$

$$a = \sqrt{3} * b \quad => \quad a = \sqrt{3} * 6 = 10{,}3\ cm$$

2.6 Flatarmál

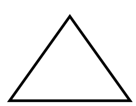
Flatarmálsformúlurnar í hinni klassísku rúmfræði eru í raun aðeins fimm talsins og gilda aðeins fyrir hin reglulegu form:

1) Rétthyrningur

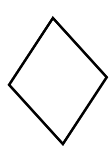


Ferningur

2) Þríhyrningur

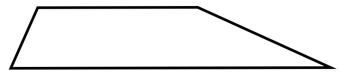


3) Samsíðungur

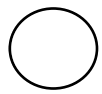


Tígull

4) Trapisa



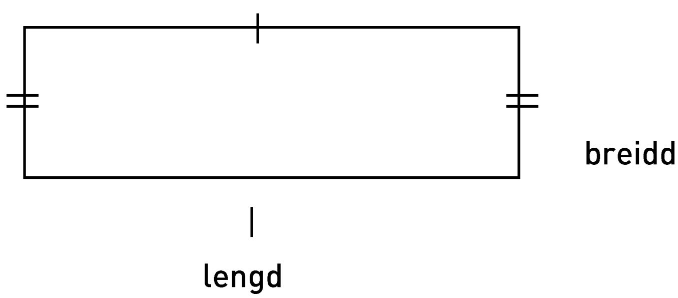
5) Hringur



Fyrstu fjögur formin eru stef við rétthyrninginn og í raun sama reiknireglan en hringurinn er hinsvegar sérstakur.

2.6.1 Rétthyrningur

Rétthyrningur hefur öll hornin 90° og því eru 2x tvær hliðar jafnstórar.



Reglan um flatarmál rétthyrnings:

$$F = l * b$$

$F = Flatarmál$

$l = lengd$

$b = breidd$

Dæmi: Finndu flatarmál rétthyrningsins

$3cm = b$

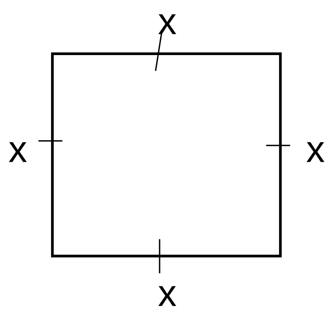
$4cm = l$

$F = l * b$

$F = 4cm * 3cm = 12cm^2$

2.6.2 Ferningur

Ferningur er rétthyrningur með allar hliðarnar jafnstórar.

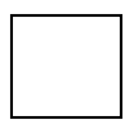


$$F = x * x = x^2$$

Dæmi: Hvert er <u>ummál</u> fernings með hliðarlengdina 6 cm?

$U = 4x$

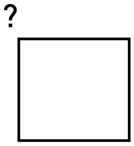
$6 * 4 = 24\ cm$



Dæmi:

Hvert er <u>flatarmál</u> fernings með hliðarlengdina 6 cm?

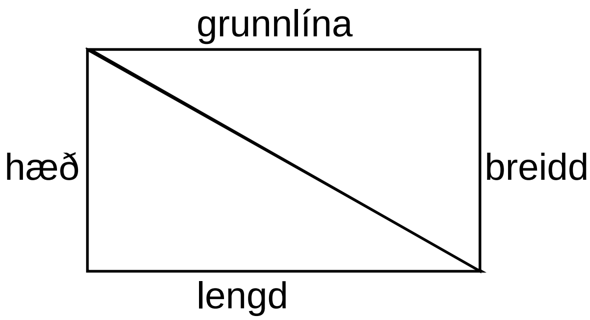
$F = 6 * 6 = 36$



6 cm

2.6.3 Þríhyrningur

Þríhyrning má túlka sem hálfan rétthyrning þar sem $grunnlínan = lengdin$ og $hæðin = breiddin$



Regla um flatarmál þríhyrnings:

$$F = \frac{g*h}{2}$$

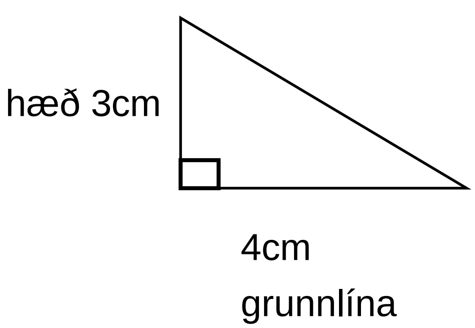
$F = flatarmál$

$g = grunnlína$

$h = hæð$

Dæmi:

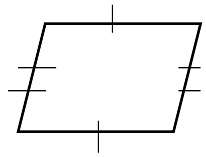
Finndu flatarmál þríhyrningsins með grunnlínu = 4 cm og hæð = 3 cm



$$F = \frac{g * h}{2} = \frac{4cm * 3cm}{2} = 6cm^2$$

2.6.4 Samsíðungur

Samsíðungur er eins og rétthyrningur sem er að hvíla sig. Tvær og tvær mótlægar hliðar eru jafnstórar.

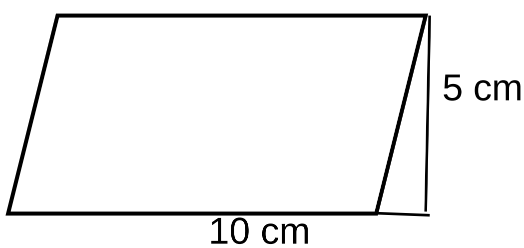


Regla fyrir flatarmál samsíðungs

$$F = g * h \qquad \begin{aligned} F &= flatarmál \\ g &= grunnlína \\ h &= hæð \end{aligned}$$

Dæmi:

Reiknaðu flatarmál samsíðungs sem hefur grunnlínu = 10 cm og hæðina 5 cm



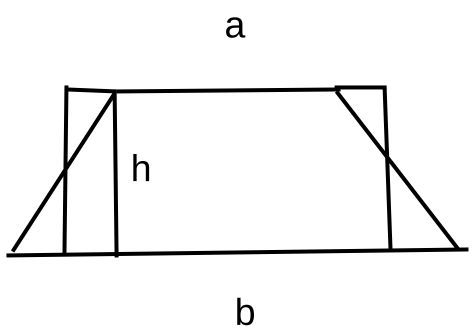
$F = g \cdot h$

$F = 10 \cdot 5$

$F = \underline{50\ cm^2}$

2.6.5 Trapisa

Trapisa er ferhyrningur sem er með tvær hliðar samsíða og tvær sem eru ekki samsíða. Trapisu er í raun hægt að túlka sem ferhyrning, sjá mynd.



þar sem h = breiddin og (a + b) / 2 = lengdin.

F = h · (a + b) / 2

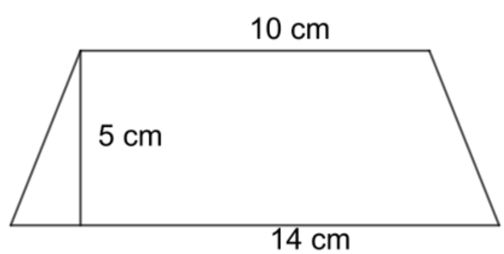
F = flatarmál

h = hæð

a og b eru samsíða línurnar

Dæmi:

Finndu flatarmál trapisu með hæðina 5 cm og hliðarlengdirnar 10 og 14 cm.



$F = 5 \cdot (10 + 14) / 2$

$F = 5 \cdot 24 / 2$

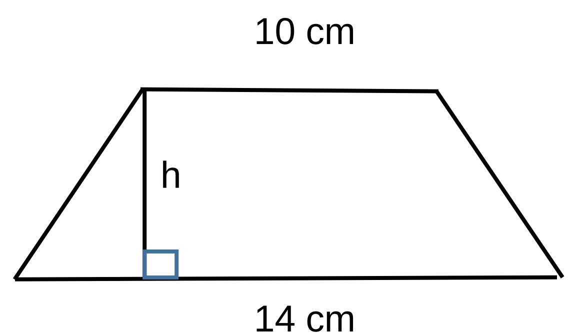
$F = 5 \cdot 12$

F = <u>60 cm²</u>

Hægt er að finna t.d hæðina í trapisu með flatarmálsformúlunni fyrir trapisu ef þú veist flatarmálið, a og b.

Dæmi:

Finndu h = hæð trapisu sem hefur flatarmálið 60 cm^2 og a = 10 og b = 14.



$F = h \cdot (a + b) / 2$

$60 = h \cdot (10 + 14) / 2$

$60 = h \cdot 24 / 2$

$60 = 12h$

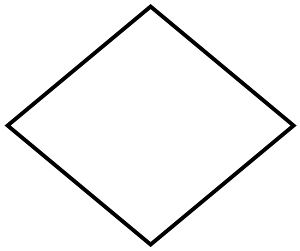
$60 / 12 = h$

$5 = h$

h = <u>5 cm</u>

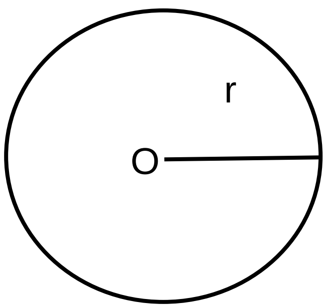
2.6.6 Tígull

Tígull er samsíðungur með allar hliðar jafnlangar.



2.6.7 Hringur

Hringur er safn punkta sem allir eru í sömu fjarlægð r = radíus frá miðpunkti hrings.



2.6.8 Ummál hrings

Ummál hrings er lengd hans. Regla fyrir ummál hrings er:

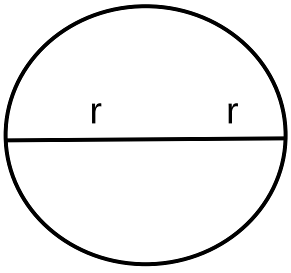
$U = 2 \cdot r \cdot \pi$ eða $U = \text{þ} \cdot \pi$ þar sem $\text{þ} = 2 \cdot r$

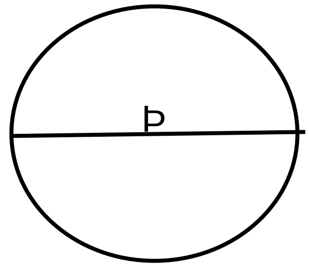
U = ummál

r = radíus

þ = þvermál

þar sem þvermál er 2 · radíus. Þvermálið er miðstrengurinn í hring





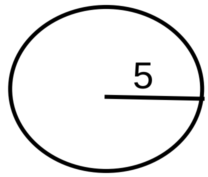
Dæmi:

Finndu ummál hrings, sem hefur radíusinn 5 cm.

$U = 2 \cdot r \cdot \pi$

$U = 2 \cdot 5 \cdot 3{,}14$

$U = \underline{31{,}42 \text{ cm}}$



2.6.9 Töfratalan pí **π**

Pí = **π** er fasti, alltaf sama talan og verður til ef þú deilir í ummálið með þvermálinu.

π = U / Þ Með níu aukastöfum er π = 3,141592654........

2.6.10 Flatarmál hrings

Flatarmál hrings er fundið með reglunni:

$F = r^2 \cdot \pi$

F=flatarmál

r=radíus

Π=pí

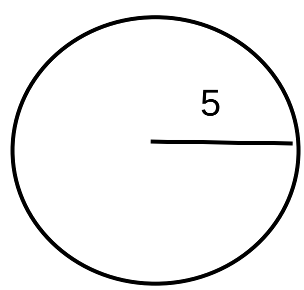
<u>Dæmi:</u> Reiknaðu flatarmál hrings með radíusinn 5 cm.

$F = r^2 \cdot \pi$

$F = 5^2 \cdot 3{,}14$

$F = 25 \cdot 3{,}14$

$F = \underline{78{,}54 \text{ cm}^2}$



Dæmi:

Reiknaðu lengd radíus í hring, ef flatarmál hans er 25 cm^2

$F = r^2 \cdot \pi$

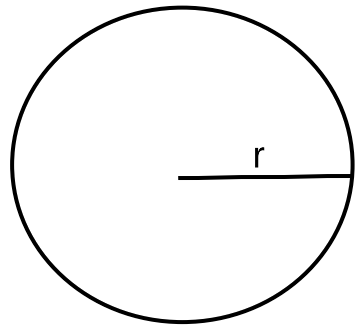
$25 = r^2 \cdot 3{,}14$

$25 / 3{,}14 = r^2$

$7{,}9577 = r^2$

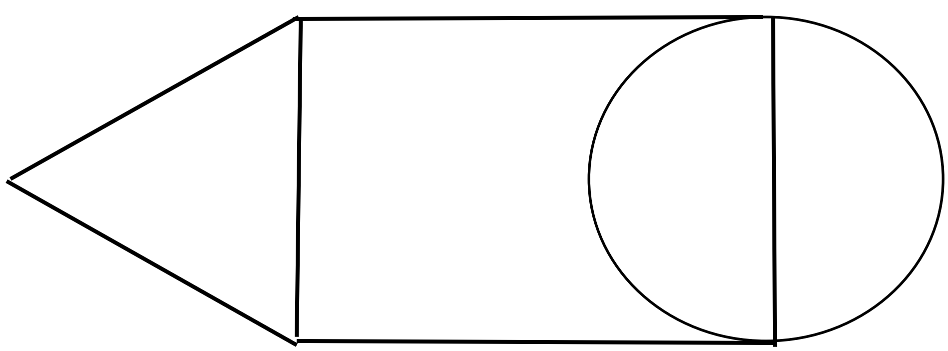
$r = \sqrt{7{,}9577}$

$r = \underline{2{,}82\ cm}$



2.6.11 Samsettar flatarmálsformúlur

Það má segja um flatarmálsreglur að hver og ein regla er auðveld þegar hún stendur ein og sér en í flatarmálsdæmi getur þú þurft að finna bæði ummál og flatarmál á samsettum formum.



Þetta eru í raun þrjú form: þríhyrningur, ferhyrningur og hálfhringur, þannig að í dæmi eins og þessu reynir í raun á þrjár formúlur.

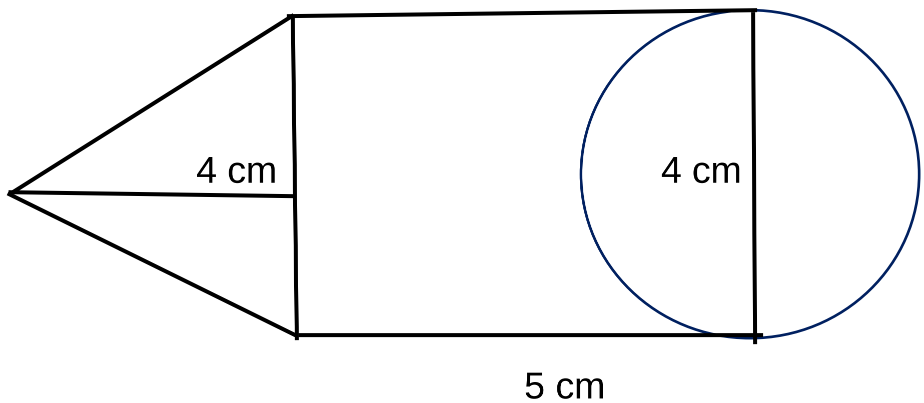
Flatarmál þríhyrnings = $(g \cdot h) / 2$

Flatarmál ferhyrnings = $l \cdot b$

Flatarmál hálfhrings = $(r^2 \cdot \pi) / 2$

Dæmi:

Reiknaðu flatarmál samsetta formsins á myndinni



1. Flatarmál þríhyrningsins $(g \cdot h) / 2$ $F = (4 \cdot 4) / 2 = 8 \text{ cm}^2$
2. Flatarmál ferhyrningsins: $l \cdot b$ $F = 5 \cdot 4 = \underline{20 \text{ cm}^2}$
3. Flatarmál hálfhringsis: $(r^2 \cdot \pi) / 2$ $F = (4 \cdot \pi) / 2 = 2\pi = \underline{6{,}28 \text{ cm}^2}$

Alls: $F = 8 + 20 + 6{,}28 = 34{,}28 \text{ cm}^2$

2.6.12 Mælieiningar

Í flatarmáls og rúmmálsreikningum þarf að nota mælieiningar. Þær mælieiningar sem við notumst við byggjast á tugakerfinu þar sem hver mælieining stækkar/minnkar tífalt í hverju skrefi.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

km = kílómetri   hm = hektómetri   dam = degametri

m = metri   dm = desímetri cm = sentimetri mm = millimetri

Góð minnistækni til þess að muna forskeytin er:

Kalli á Hóli Dansaði Mikið Dansaði Svaka Mikið

K = kíló

H = hektó

D = dega

M = metri

D = desi

S = senti

M = milli

2.6.12.1 Einvídd: m = metri

Að mæla lengd striks er einvídd.

Þegar breytt er um einingar t.d 1 metri er skrifaður sem 1000 millimetrar færist komman um eitt sæti fyrir hverja einingu.

Dæmi:

Breyttu 1 metra í millimetra

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	0	0	0

1m = 1000 mm

2.6.12.2 Tvívídd: m^2

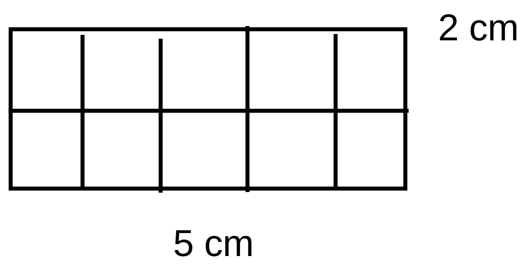
Til að mæla flatarmál = flöt þarf tvær víddir: lengd og breidd.

Þá færist komman um tvær einingar fyrir hvert eitt sæti.

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1	00	00	00	00	00	00

Dæmi:

Hvert er flatarmál fernings sem er 5 cm á lengd og 2 cm á breidd?



$F = l \cdot b$

$F = 2 \cdot 5$

$F = \underline{10\ cm^2}$

Dæmi:

Hvað er einn ferkílómetri margir rúmmetrar?

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1	00	00	00			

$1\ km^2 \;=\; \underline{1000000\ m^2}$

2.6.12.3 Þrívídd: m^3

Til að mæla rúmmál/rými þarf að mæla þrjár víddir: lengd, breidd og hæð.

Þá færist komman um þrjár einingar fyrir hvert eitt sæti.

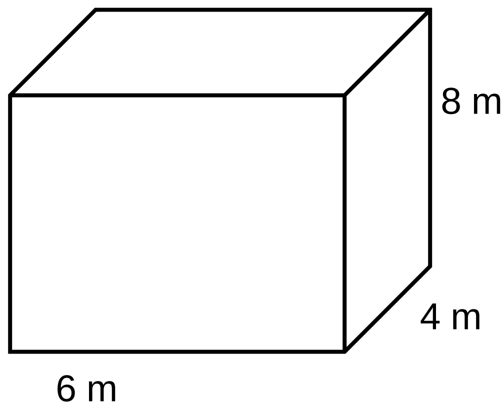
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1	000	000	000	000	000	000

Dæmi: Reiknaðu rúmmál kassa sem er 6 m á lengd, 4 m á dýpt og 8 m á hæð.

Rúmmál = lengd · breidd · hæð.

R = 6 m · 4 m · 8 m

R = $\underline{192\ m^3}$



R = 6 · 4 · 8 = 192 m^3

Dæmi:

Hvað er einn rúmmetri 1 m^3 margir rúmmillimetrar?

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
			1	000	000	000

1 m^3 = $\underline{1000000000\ mm^3}$

2.6.12.4 Þrívídd = lítrar = l

Lítrar eru minnkunareiningar fyrir rúmmál. Það hljómar sérkennilega að fara í búð og biðja um 0,001 m^3 = (0,0001 rúmmetra af mjólk). Eðlilegra væri að biðja um 1 lítra af mjólk. Lítrakerfið er því minnkunarkerfi.

m^3	dm^3	cm^3
1	000	000

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
1	0	0	0	0	0	0

Þar sem: 1 m^3 = 1 kl

1 dm^3 = 1 l

1 cm^3 = 1ml

<u>Dæmi:</u>

Breyttu 1 m^3 í ml. 1 m^3 = 1 kl.

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
1	0	0	0	0	0	0

1 m^3 = 1.000.000cm^3 = <u>1.000.000ml</u>

Dæmi:

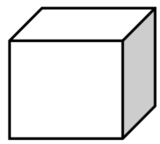
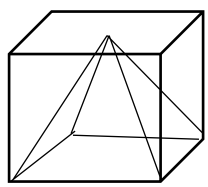
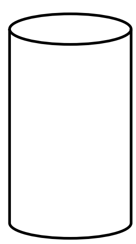
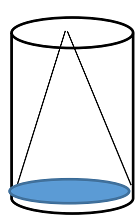
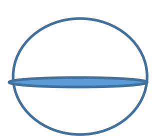
Breyttu 5 dal í cm^3 cm^3 = ml

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
		5	0	0	0	0

5 dal = 50.000 ml = 50.000 cm

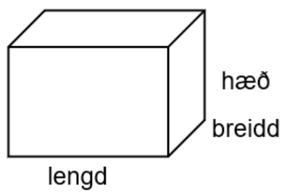
2.7 Rúmmál

Rúmmálsformúlurnar í hinni klassísku rúmfræði eru líka fimm eins og í flatarmálsfræðinni og gilda fyrir hin reglulegu form.

1) Strendingur (kassi) **Teningur** 	**Strendingur og píramídi eru mjög skyld form og hafa sömu lengd, breidd og hæð.**
2) Píramídi, oddform strengings 	**Píramídinn er oddform strendingsins. Píramídinn og strendingurinn hafa sama grunnflöt og sömu hæð.**
3) Sívalningur 	**Sívalingur og keila eru mjög skyld. Hafa sama radíus og sömu hæð.**
4) Keila, oddform sívalnings 	**Keilan er oddform sívalningsins. Keilan og sívalingurinn hafa sama grunnflöt og sömu hæð.**
5) Kúla 	**Kúla er hins vegar sérstök.**

2.7.1 Ferstrendingur (kassi)

Strendingur er búinn til úr sex rétthyrndum hliðum.



Grunnflötur ferstrendingsins er ferhyrningur og hefur flatarmálið = lengd · breidd.

$Grunnflötur = Flatarmál. G = l * b$

$G = grunnflötur$

$l = lengd$

b=$breidd$

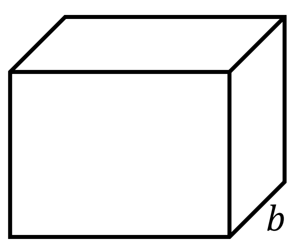
Rúmmál strendingsins finnst með því að margfalda grunnflötinn með hæðinni:

$R = g * h$ eða $R = l * b * h$

R=$rúmmál$ g=$grunnflötur$ l=$lengd$ b=$breidd$ h=$hæð$

Dæmi:

Reiknaðu rúmmál strendingsins



$h = 5cm$

$b = 4cm$

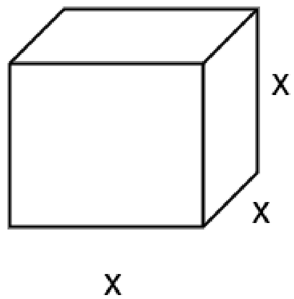
$l = 7cm$

$R = l * b * h$

$R = 7cm * 4cm * 5cm = 140cm^3$

2.7.2 Teningur

Teningur er strendingur þar sem $lengdin = breiddin = hæðin$. Allar hliðarlengdirnar eru jafn langar.

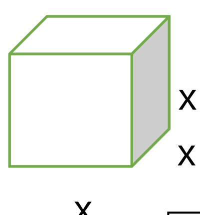


Rúmmál tenings:

$$R = x * x * x$$

Dæmi:

Finndu hliðarlengd tenings sem hefur rúmmálið $125cm^3$



$$R = x * x * x = x^3$$

$$R = 125cm^3$$

Hliðarlengdin =→ $\sqrt[3]{125} = 5cm$

Prófun:

$$5 * 5 * 5 = 125$$

2.7.3 Píramídi

Píramídinn er oddform strendingsins, hann hefur sama grunnflöt og strendingurinn og sömu hæð þannig að píramídinn og strendingurinn eru mjög líkir.

Rúmmálsformúla píramídans er:

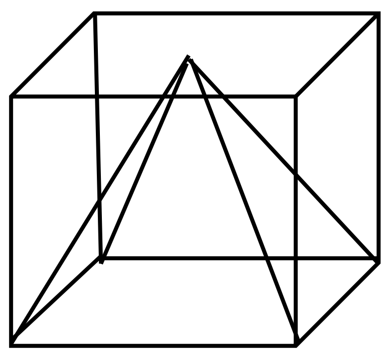
$$R = \frac{l*b*h}{3}$$

$R = rúmmál$

$l = lengd$

$b = breidd$

$h = hæð$



Dæmi:

Reiknaðu rúmmál píramídans

$h = $ 5cm

$l = 6cm$

$b = 7cm$

$$R = \frac{l * b * h}{3}$$

$$R = \frac{6 * 7 * 5}{3} = 70cm^3$$

2.7.4 Sívalningur

Sívalning mætti með réttu kalla hringstrending, þ.e strendingur með hring fyrir grunnflöt.

$F = flatarmál$
$r = radíus$
$\pi = pí = 3{,}1415\ldots$
$h = hæð$
$R = rúmmál$

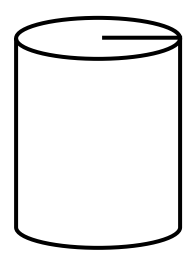
Grunnflöturinn er hringur =
$F = r^2 \cdot \pi$

$Rúmmál\ sívalnings = Grunnflötur \cdot hæð$ eða $R = r^2 \cdot \pi \cdot h$

Rúmmál strendings og sívalnings er í raun hugsað eins. **[Grunnflöturinn · hæð]**

Dæmi:

Reiknaðu rúmmál sívalningsins með
$r = 5cm$ og h = 15 cm



$Hæð = 15cm$

$R = r^2 * \pi * h$

$R = 5^2 * \pi * 15$

$R = 25 * 15 * \pi$

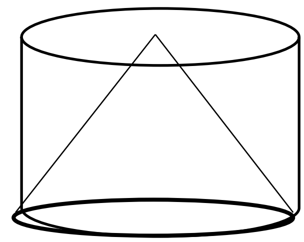
$R = 375 * \pi \quad = 1178{,}1cm^3$

2.7.5 Keila

Keilan er oddform sívalningsins. Keila og sívalningurinn hafa sama grunnflöt og sömu hæð þannig að sívalningurinn og keilan eru mjög lík.

Rúmmál keilunnar er:

$$\boxed{R = \frac{r^2 * \ \pi * h}{3}}$$



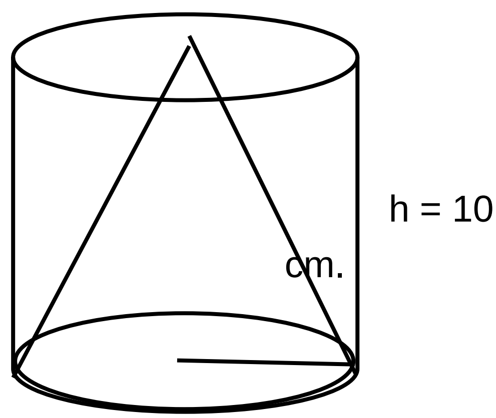
$$R = Rúmmál$$
$$r = radíus$$
$$\pi = pí = 3{,}1415 \ldots$$
$$h = hæð$$

Taktu eftir því að það er líka deilt með 3 eins og í rúmmáli píramídans.

Dæmi: **Reiknaðu rúmmál keilunnar.**

$$h \ = \ 10 \ cm$$

$$r \ = \ 5 \ cm$$



$$R = \frac{r^2 * \pi * h}{3}$$

$$R = \frac{5^2 * \pi * 10}{3}$$

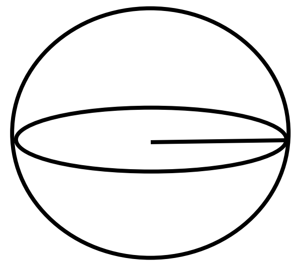
$$R = \frac{25 * 10 * \pi}{3}$$

$$R = \frac{250 * \pi}{3}$$

$$R = 261.799 \ cm^3$$

2.7.6 Kúla

Kúlan hefur þá sérstöðu meðal rúmmáls formanna að hún hefur ekki grunnflöt. Eina lengdin sem þarf að vita til að reikna rúmmál kúlu er radíus hennar og pí = π eða 3,14.



Rúmmál kúlu:

$$\boxed{R = \frac{4 * \ \pi * r^3}{3}}$$

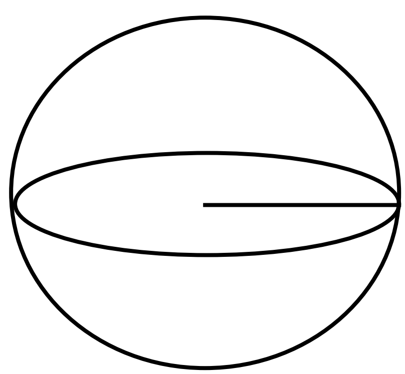
$R = rúmmál$

$r = radíus$

$\pi = pí = 3{,}1415 \ldots$

Dæmi:

Reiknaðu rúmmál kúlu sem hefur radíusinn 6 cm.



$$R = \frac{4 * r^3 * \pi}{3}$$

$$R = \frac{4 * 6^3 * \pi}{3}$$

$$R = 288 * \pi$$

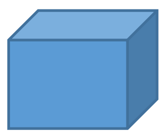
$$R = 904{,}8\ cm^3$$

2.8 Yfirborðsflatarmál

Við útreikninga á yfirborðsflatarmáli sameinast flatarmál og rúmmál. Að reikna út flatarmálið sem er á yfirborði rúmmálsins. Segja má að það sé að reikna hvað þarf mikinn pappír til þess að pakka inn strendingi, píramída, sívalningi, keilu eða kúlu.

2.8.1 Strendingur

Strendingur hefur öll hornin 90° og er myndaður af sex hliðum þar sem tvær, tvær og tvær eru jafn stórar.



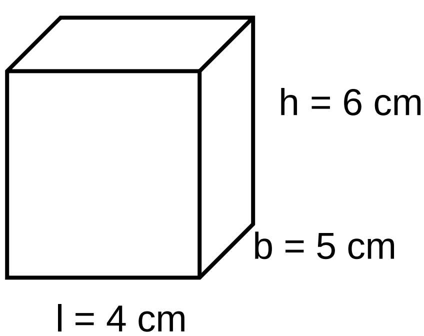
Flatarmál fyrir ferning er lengd·breidd. Regla um yfirborðsflatarmál strendings er:

Y = 2(lengd · breidd) + 2(breidd · hæð) + 2(lengd · hæð)

eða:

Y = 2(l · b) + 2(b · h) + 2(l · h)

Dæmi: **Reiknaðu yfirborðsflatarmál strendings ef hæðin er 6 cm, breiddin 5 cm og lengdin 4 cm**



→

Framhald:

$Y = 2(l \cdot b) + 2(b \cdot h) + 2(l \cdot h)$

$Y = 2(4 \cdot 5) + 2(5 \cdot 6) + 2(4 \cdot 6)$

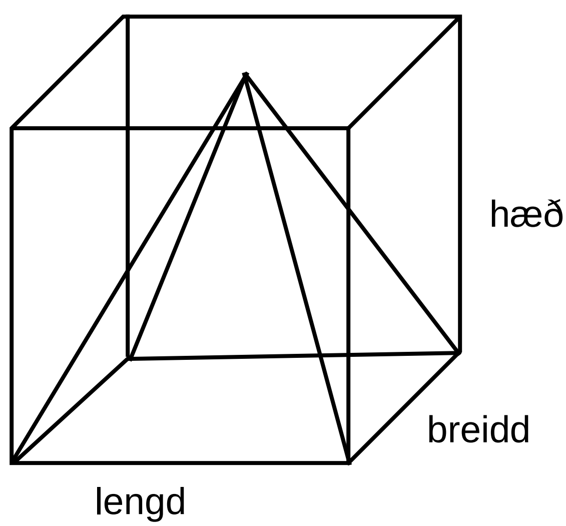
$Y = 2(20) + 2(30) + 2(24)$

$Y = 40 + 60 + 48$

$Y = \underline{148\ cm^3}$

2.8.2 Píramídi

Ef pakka á inn píramída þá er yfirborðsflatarmál hans samsett af botni hans = ferningur og fjórum þríhyrndum hliðum.

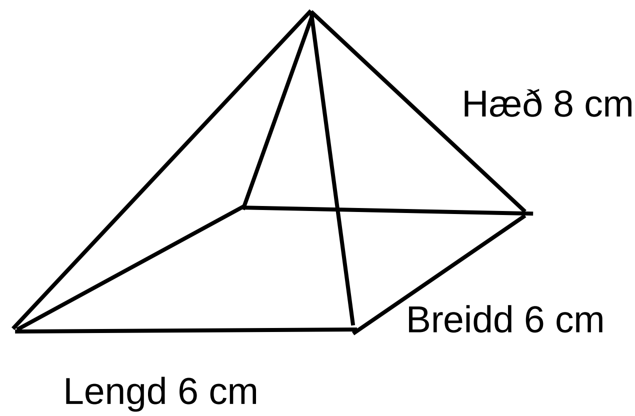


Yfirborðsflatarmál píramída er:

Y = lengd · breidd + 4 · (grunnlína · hæð) / 2

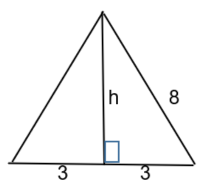
Dæmi:

Hve stórt er yfirborðsflatarmál píramída, sem er með botnflöt 6 · 6 og hliðarlengdir 8?



Botn píramídans er F = lengd · breidd eða F = 6 · 6 = <u>36 cm²</u>

Til þess að finna flatarmál þríhyrningsins, þarf að finna hæð hans með Pýþagórasarreglu



$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + h^2 = 8^2$

$3^2 + h^2 = 8^2$

$9 + h^2 = 64$

$h^2 = 64 - 9$

$h^2 = 55$

$h = \sqrt{55}$

$h = \underline{7{,}4 \text{ cm.}}$

Þá er yfirborðsflatarmál píramídans: →

Framhald

$Y = l \cdot b + 4 \cdot (g \cdot h) / 2$

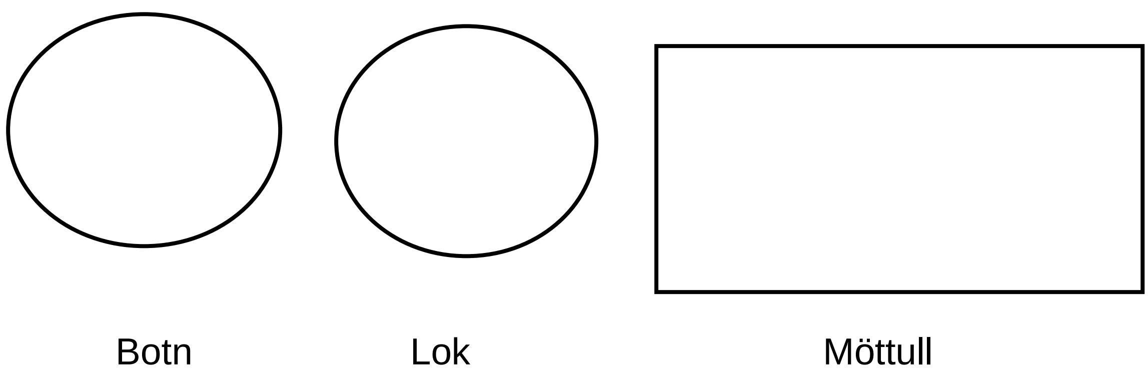
$Y = 6 \cdot 6 + 4(6 \cdot 7{,}4) / 2$

$Y = 36 + 88{,}8$

$Y = \underline{124{,}8\ cm^2}$

2.8.3 Sívalningur

Hugsum okkur að við séum að pakka inn sívalningi t.d. niðursuðudós. Þá þarf að pakka inn botni, loki og möttlinum.

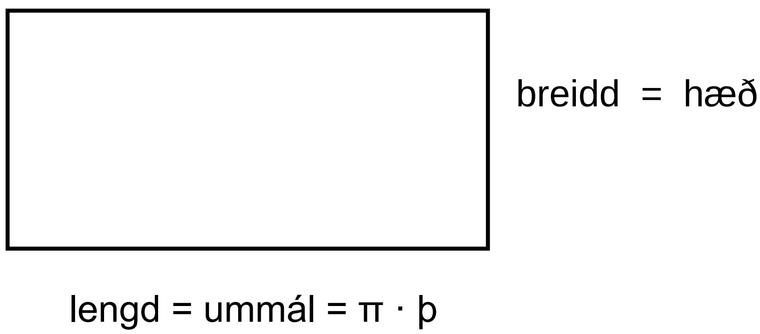


Yfirborðsflatarmál sívalnings = $2 \cdot r^2 \cdot \pi + \pi \cdot þ \cdot h$

r=radíus þ=þvermál h=hæð π=pí=3,14

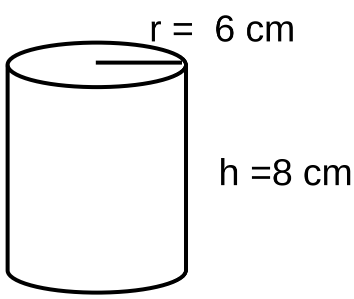
2.8.4 Möttull

Möttullinn er kápan utanum sívalninginn. Hugsaðu þér að þú takir bréfið sem er utanum niðursuðudósina af dósinni með því að klippa niður eftir miðanum og breiða úr honum, sjá mynd:



Dæmi:

Reiknaðu yfirborðsflatarmál sívalnings með radíus = 6 cm og hæð 8 cm.



$Y = 2\ (r^2 \cdot \pi\ ) + \pi \cdot þ \cdot h$

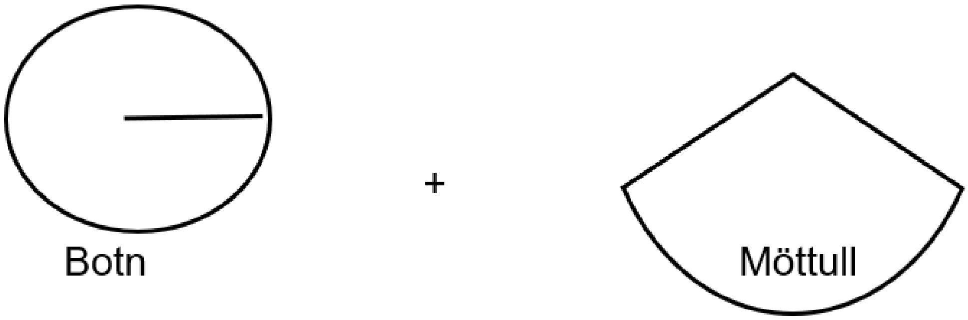
$Y = 2 \cdot 6^2 \cdot \pi + \pi \cdot 12 \cdot 8$

$Y = 72\pi + 96\pi$

$Y = 168\pi\ = \underline{527{,}8\ cm^2}$

2.8.5 Keila

Ef þú þyrftir að pakka inn keilu þá þyrftir þú pappír á botn hennar og möttul.



$Y = r^2 \cdot \pi + \pi \cdot r \cdot l$

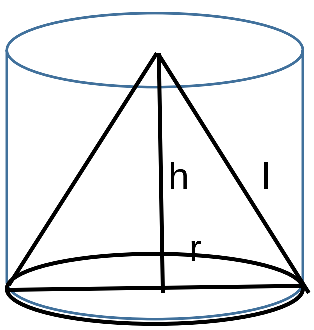
Y = yfirborðsflatarmál

r = radíus

l = hliðarlengd möttuls

π = pí = 3,14

Til þess að reikna út yfirborð möttulsins þarf að vita hliðarlengd möttulsins = l. Hliðarlengdina er hægt að reikna með Pýþagórasarreglu.



$a^2 + b^2 = c^2$ þá er $r^2 + h^2 = l^2$

Dæmi:

Finndu yfirborðsflatarmál keilu með radíus 3 cm og hæð 4 cm.

Fyrst þarf að finna hliðarlengd l.

$r^2 + h^2 = l^2$

$3^2 + 4^2 = l^2$

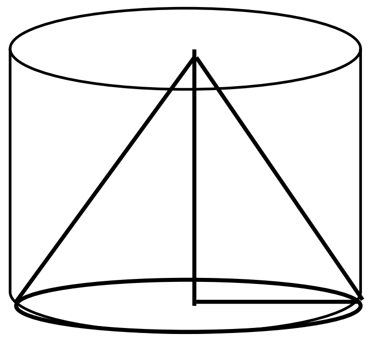
$9 + 16 = l^2$

$25 = l^2$

cm

$l = \sqrt{25}$

$l = \underline{5}$



h = 4

r = 3 cm

Þá er hægt að reikna yfirborðsflatarmálið

$Y = r^2 \cdot \pi + \pi \cdot r \cdot l$

$Y = 3^2 \cdot \pi + \pi \cdot 3 \cdot 5$

$Y = 9 \cdot \pi + 15 \cdot \pi$

$Y = 24 \cdot \pi$

$Y = \underline{75{,}4}$

2.8.6 Kúla

Hugsaðu þér að þú ætlir að gefa vini þínum fótbolta í afmælisgjöf. Þá vaknar spurningin um hve mikið yfirborðsflatarmál boltans er eða kúlunnar. Hvað þarf mikinn pappír til þess að pakka inn boltanum?

$Y = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

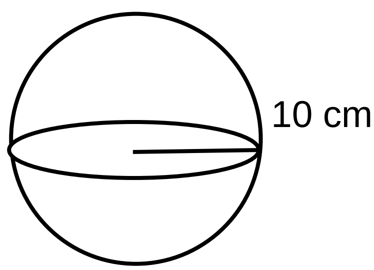
Y = yfirborðsflatarmál

r = radíus

π = pí = 3,14

Dæmi:

Reiknaðu yfirborðsflatarmál kúlu sem er með radíusinn 10 cm



$Y = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$Y = 4 \cdot \pi \cdot 10^2$

$Y = 400 \cdot \pi$

Y = $\underline{1256{,}6\ cm^2}$

Við höfum nú farið yfir yfirborðsflatarmál hinna reglulegu rúmmálsforma: strendings, píramída, sívalnings, keilu og kúlu. Það er satt að formúlurnar fyrir yfirborðsflatarmál eru stórar og svolítið ljótar þótt þær skiljist fljótt við nánari skoðun.

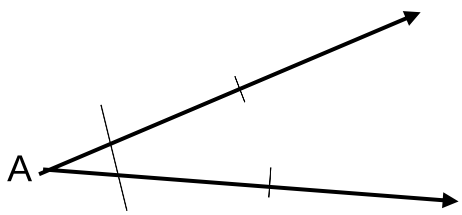
2.9 Lokaorð

Það er von mín að lestur þinn á hugtökunum rúmfræðinnar hafi vakið hjá þér skilning og áhuga og þú sjáir vel gangverkið í rúmfræðinni sem snýst að mínu mati mest um hugtaka-, reglu-, tákn- og myndlæsi. Ég vona að þú hafir alltaf skilið hvernig hugtökin vinna við lausn dæma. Að rúmfræðin verði skiljanleg, auðlesin og veiti þér ánægju. Það er gaman að sjá leyndardóma stærðfræðinnar afhjúpast með hjálp hugtakanna og ég hvet þig til að lesa stærðfræðitextann þinn mjög vel.

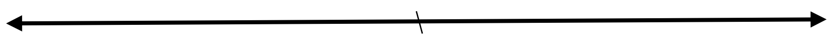
Hugtökin í algebrunni eru um 50 en hugtökin í rúmfræðinni um 110. Í rúmfræðinni má því segja að þú: „REIKNIR MEÐ HUGTÖKUNUM" en ekki aðeins með tölum og formúlum. Hugtök og hugtakalæsi er mjög mikilvæg í rúmfræðinni og í raun alger forsenda fyrir velgengni í faginu. Það að lesa textann um hugtökin, skilgreiningar og sýnidæmin áður en ráðist er á dæmin er algert lykilatriði. Lögmálið „**Lesa fyrst, reikna svo**" á algerlega við í rúmfræðinni. Lítum nú á þessi 110 hugtök.

2.10 Hugtakaskrá

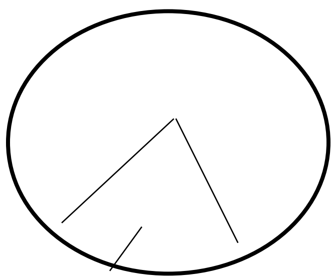
Armur horns: Horn er búið til úr tveimur örmum



Beint horn: Beint horn er 180° eða bein lína



Bogi í hring:



cm = sentimetri: einn sentimetri er 1 / 100 úr meter

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	0	0	

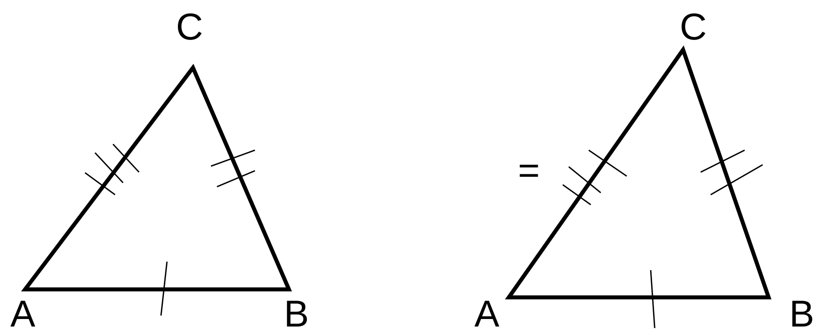
dam = degametri: Einn degametri er 10 metrar

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		1	0			

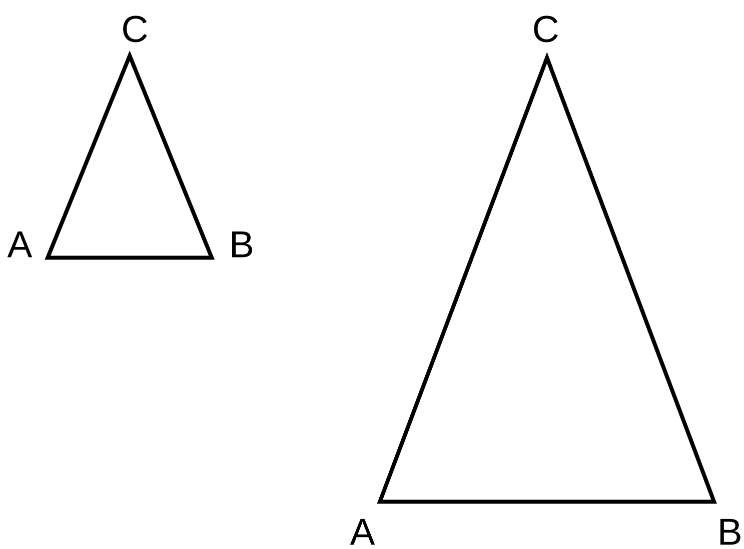
Dm = desímetri: Einn desímetri er 1 / 10 úr meter

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	0		

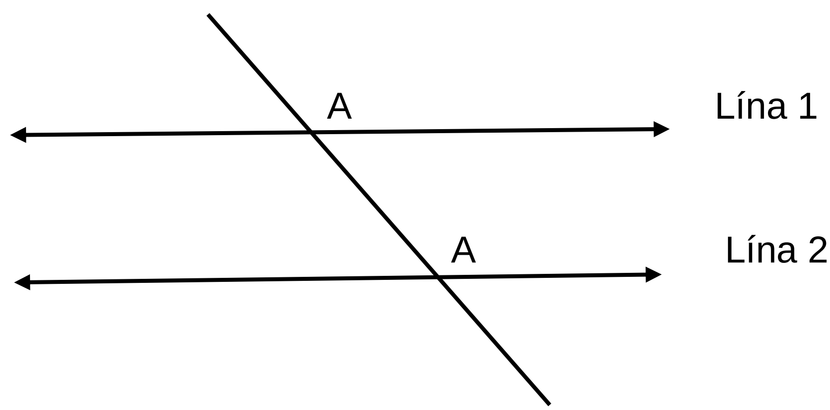
Eins þríhyrningar: Þríhyrningar sem eru alveg eins. Aljafnir: öll sambærileg horn eru jafnstór og allar samsvarandi hliðar eru jafn stórar



Einshyrndir þríhyrningar: Einslaga þríhyrningar. Tveir þríhyrningar eru einshyrndir eða einslaga ef samsvarandi horn eru jafnstór. Þá verða sambærilegar hliðar hlutfallslega jafnstórar, sjá mynd:



Einslæg horn: Einslæg horn við samsíða línur eru jafn stór, lína 1 er samsíða línu 2. A = A

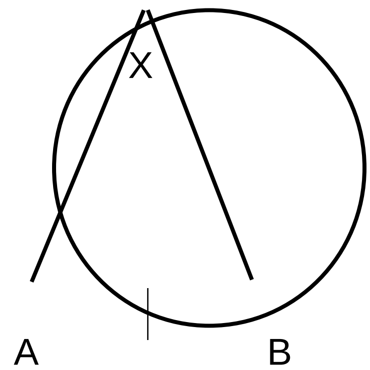


Einvídd: Einvídd er bein lína og hefur ekki breidd né hæð

Endapuktur: Endapunktur striksins AB = B

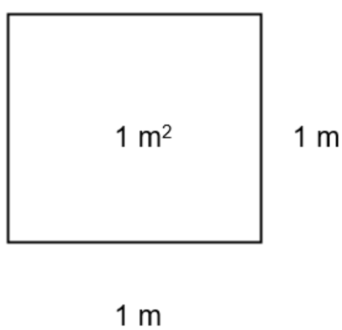
Ferhyrningur: hefur fjögur horn. Ferhyrningurinn ABCD

Ferilhorn: ferilhorn hefur oddpunkt á hringferlinum og er jafnstórt hálfum boganum sem það spannar



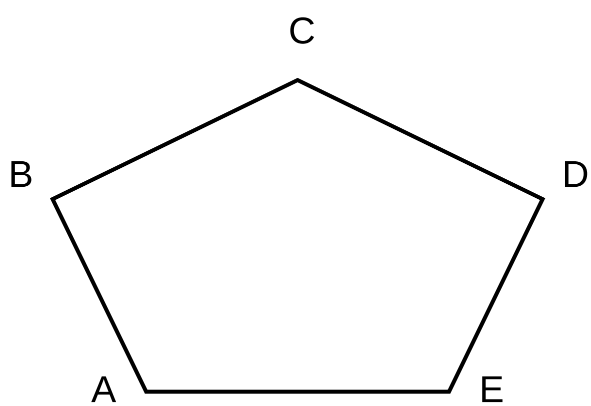
$$X = \frac{\text{Boginn AB}}{2}$$

Fermetri = m^{2}: Fermetri m^2 er tvívídd = lengd · breidd. Einn fermetri er einn metri á lengd og einn metri á breidd



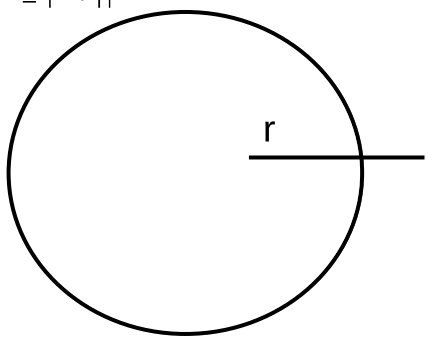
$1\ m \cdot 1\ m = 1\ m^2$

Fimmhyrningur: fimmhyrningur hefur fimm horn



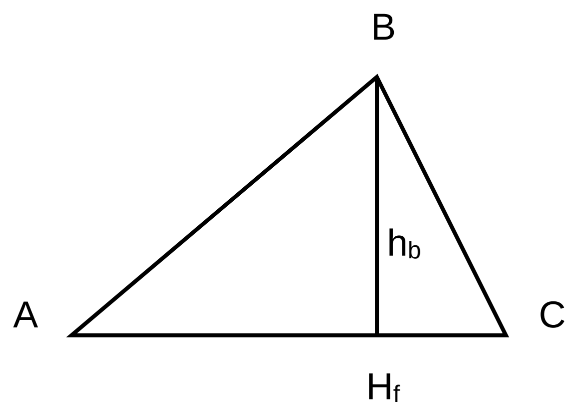
Flatarmál: Stærð flatar = Tvívídd = m^2 = lengd · breidd

Flatarmál hrings: $F = r^2 \cdot \pi$



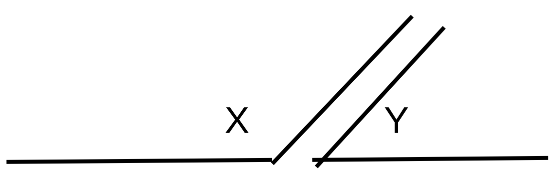
Flötur: Hefur lengd og breidd, sjá flatarmál

Fótpunktur: Fótpunktur hæðar = punkturinn þar sem hæðin snertir grunnlínuna = Hf



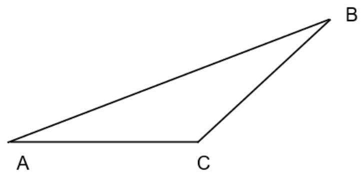
Frændhorn: eru tvö horn sem mynda samtals 180° = bein lína

X + Y = 180°

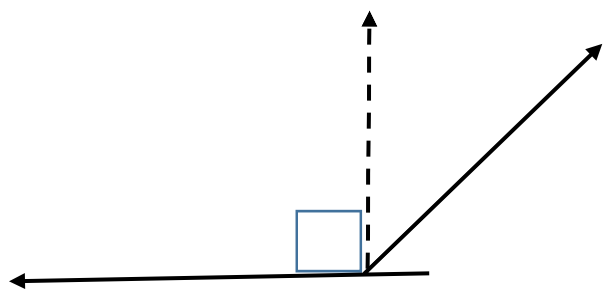


Geisli: = radíus í hring

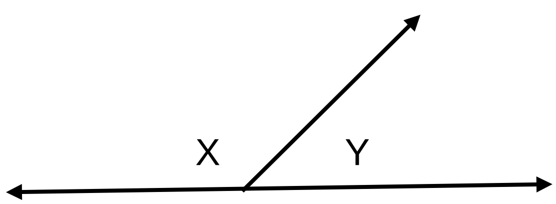
Gleiðhyrndur þríhyrningur: þríhyrningur sem hefur eitt hornið stærra en 90°



Gleitt horn: Horn sem er stærra en 90°



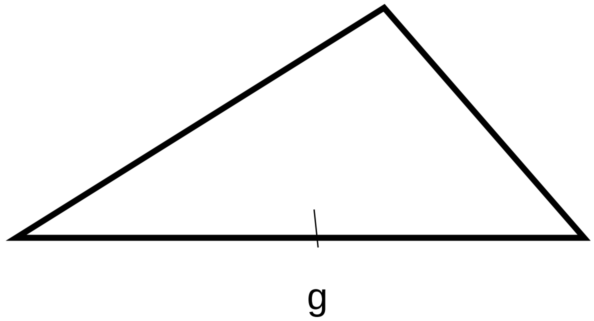
Grannhorn: Grannhorn mynda saman 180° horn = bein lína



Gráða: hringurinn er 360° þannig að ein gráða er 1 / 360 úr hring. Horn eru mæld í gráðum

Grunnflötur = G: grunnflötur: strendings, píramída, sívalnings og keilu er botninn

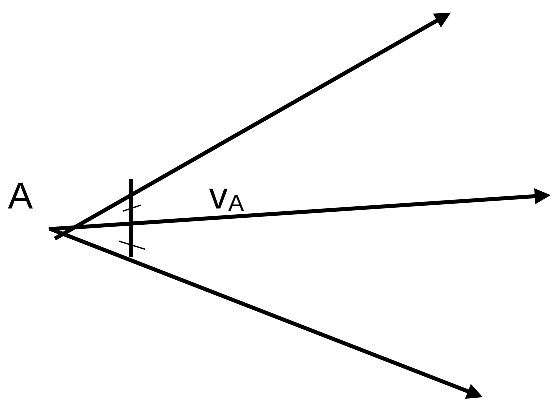
Grunnlína þríhyrnings: grunnlína þríhyrnings er = g



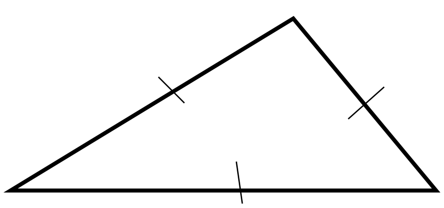
Hektómetri: = hm: einn hekómetri eru 100 metrar

km	$\boxed{\text{hm}}$	dam	m	dm	cm	mm
	1	0	0			

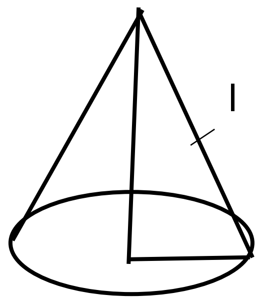
Helmingalína horns = v: Helmingalína horns skiptir horni í tvo jafnstóra helminga og er táknuð með v



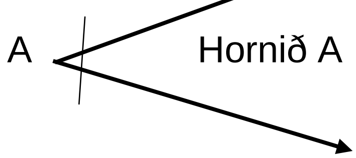
Hlið: hlið í þríhyrningi, ferhyrningi eða marghyrningi



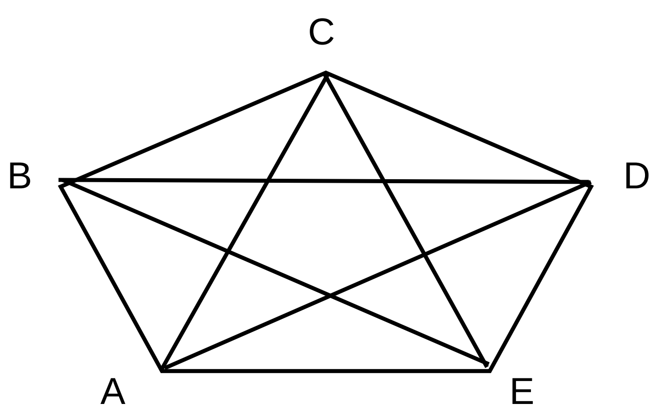
Hliðarlengd keilu: lengd ytri brúnar keilunnar = l. Það er notað til þess að finna yfirborðsflatarmál möttulsins



Horn: Horn er myndað af tveimur örmum

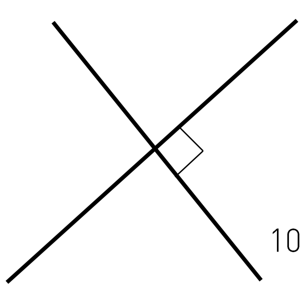


Hornalínur marghyrninga: línur sem liggja horn í horn



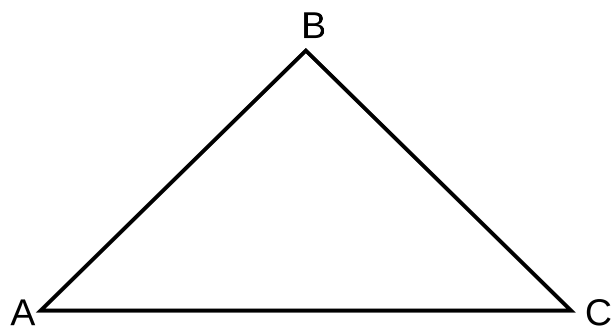
Fjöldi hornalína = $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$ n = fjöldi hornalína

Hornrétt: línur eru hornréttar hvor á aðra ef þær mynda 90° horn hvor á aðra

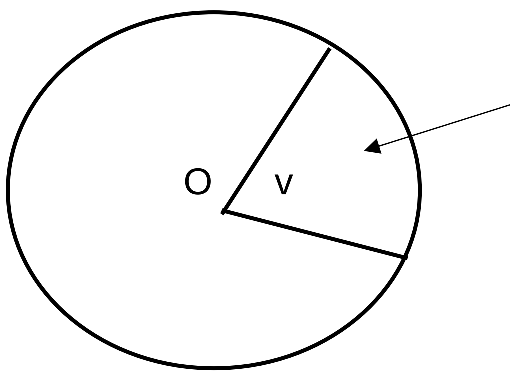


Hornasumma marghyrninga: hornasumma marghyrninga er reiknuð með formúlunni: hornasumma = (n – 2) · 180. Þar sem n = fjöldi horna í marghyrningi

Hornasumma þríhyrnings: Hornasumma þríhyrnings er 180°. A + B+ C = 180°

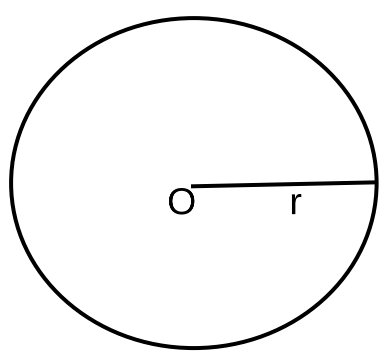


Hringgeiri: hringgeiri afmarkast af tveimur·radíus og boganum á milli þeirra

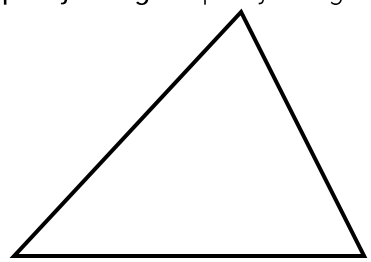


$$F = \frac{v}{360} \cdot \pi \cdot r^2$$

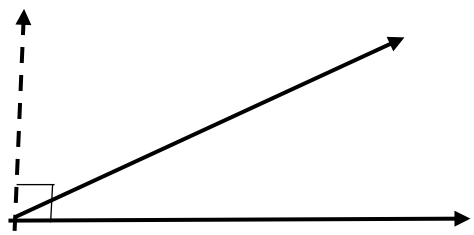
Hringur: þeir punktar sem eru i radíuslengd frá miðpunkti mynda hringferilinn. Hringurinn er 360°



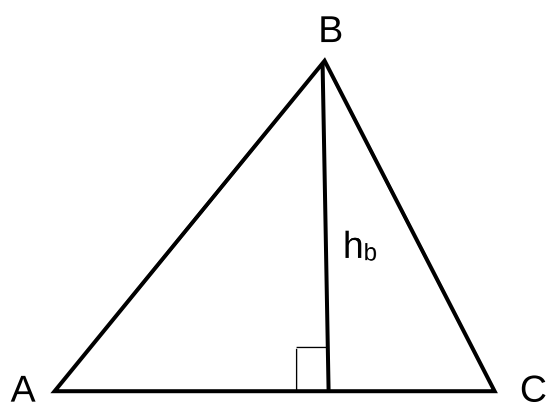
Hvasshyrndur þríhyrningur: þríhyrningur með öll horn minni en 90°



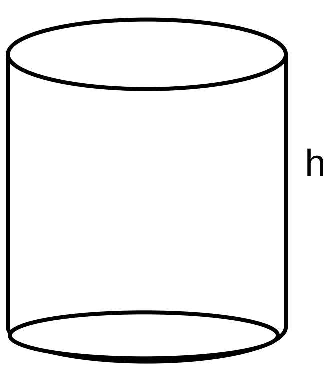
Hvasst horn: Horn sem er minna en 90°



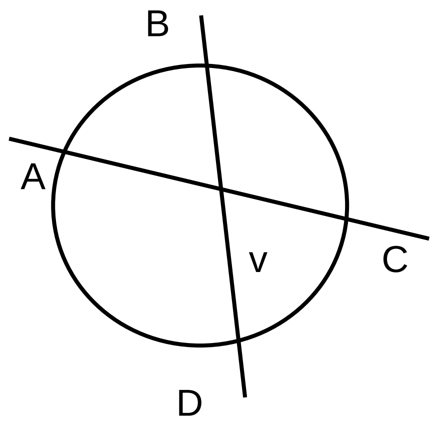
Hæð í þríhyrningi = h: hæð frá oddpunkti horns og hornrétt niður á grunnlínu þríhyrningsins. Hún er táknuð með h



Hæð í strendingi: hæð strendings, píramída, sívalnings og keilu

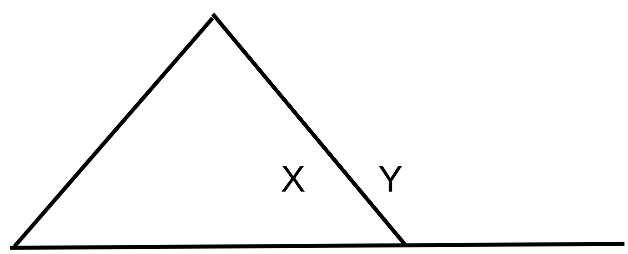


Innanvert horn í hring: innanvert horn er inní hringnum

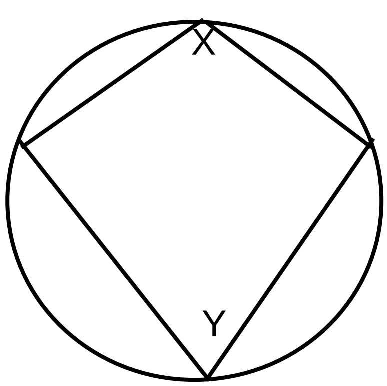


$$v = \frac{AB+CD}{2}$$

Innanvert horn í þríhyrningi: innanvert horn X og utanvert horn Y eru grannhorn = 180°

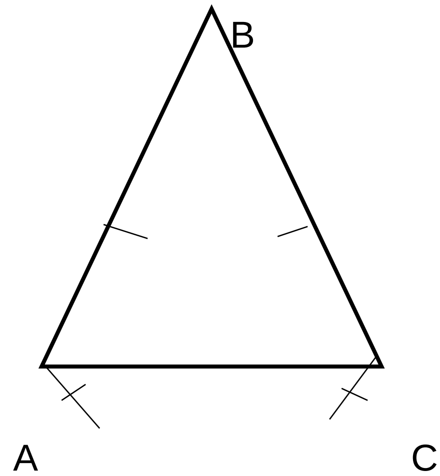


Innritanlegur ferhyrningur í hring: mótlæg horn í innritanlegum hring eru samanlagt 180°

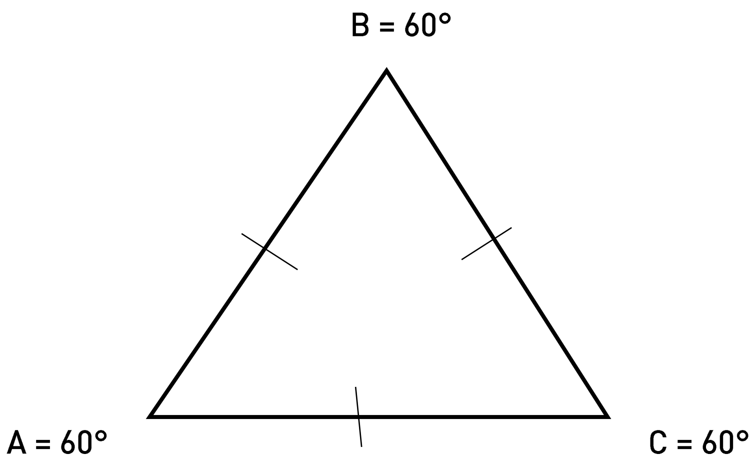


X + Y = 180°

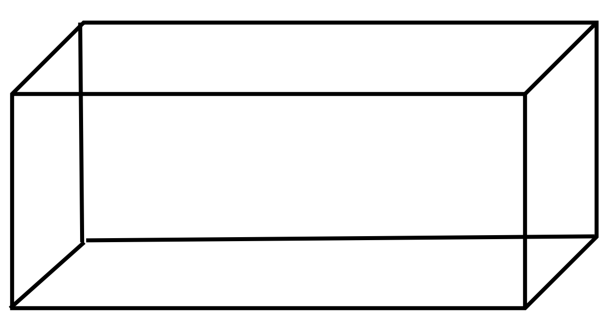
Jafnarma þríhyrningur: þríhyrningur með tvær hliðar jafnstórar þá verða hornin við grunnlinu jafnstór



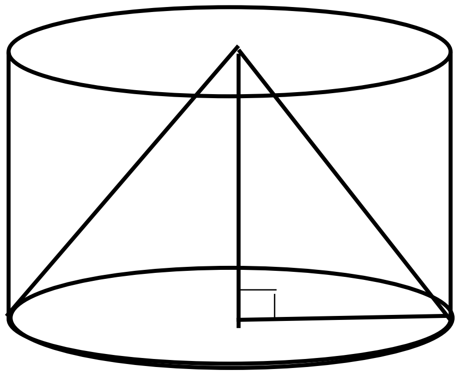
Jafnhliða þríhyrningur: þríhyrningur með allar hliðar jafnar og öll horn 60° hvert



Kassi: ferstrendingur hefur sex hliðar og allar með 90° hornum



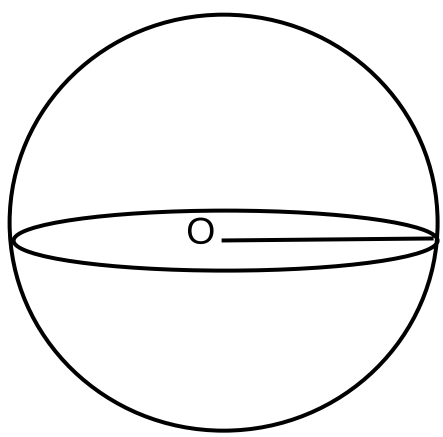
Keila: keila er oddform sívalnings og hefur sama grunnflöt og sívalningurinn og sömu hæð og hann



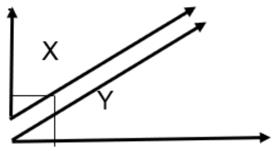
Kílómetri = km: kílómetri er 1000 metrar

$\boxed{\text{Km}}$	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	0	0	0			

Kúla: kúla er þrívítt hringform eins og bolti

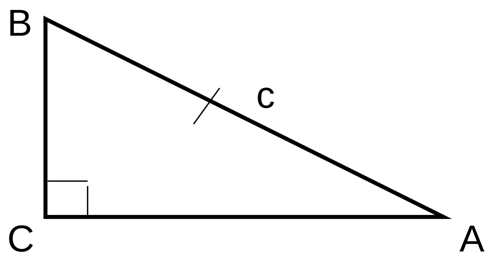


Lagshorn: Lagshorn mynda til samans 90°



X + Y = 90°

Langhlið í 90° þríhyrningi: hliðin sem er á móti 90° horninu



Lína: Lína er óendaneg í báðar áttir

Lítri: Lítri er grunnmælieining fyrir rúmmál. 1 l = 1 dm^3

kl hl dal $\boxed{\text{l}}$ dl cl ml

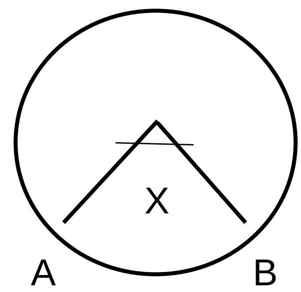
Marghyrningur = n – hyrningur: flatarmynd þar sem n = fjöldi horna. Þríhyrningur, ferhyrningur, fimmhyrningur og svo framvegis

Metri: grunneining í lengdarmælingum

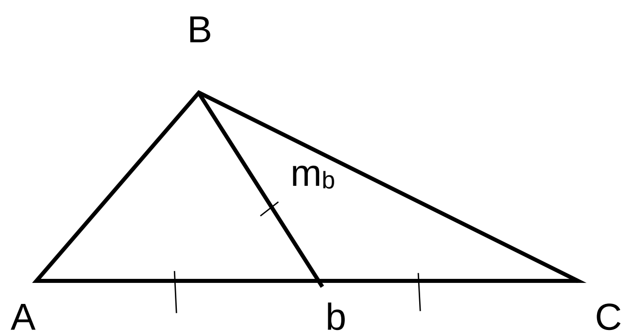
km hm dam $\boxed{\text{m}}$ da cm mm

Miðhorn hrings: miðhorn hefur oddpunkt í miðju hrings og er jafnstórt og boginn sem það býr til og hefur radíus fyrir arma

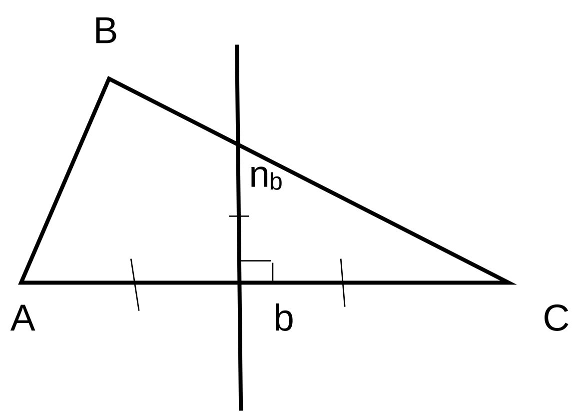
X = Boginn AB.



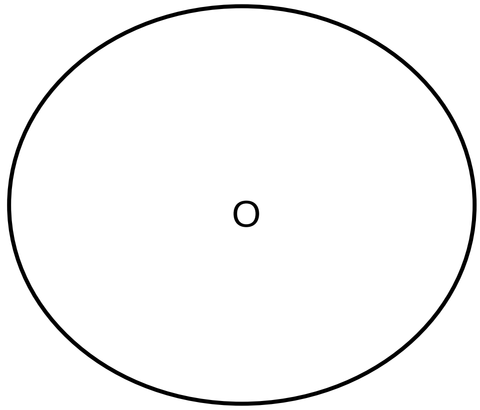
Miðlína í þríhyrningi = m: miðlína byrjar í oddpunkti horns og helmingar grunnlínu, táknuð með m



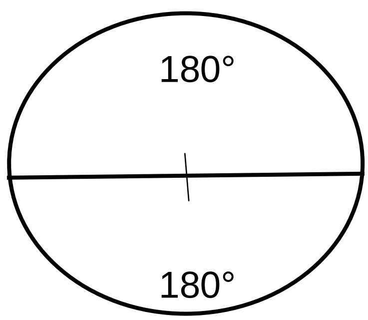
Miðnormall: miðnormall í þríhyrning helmingar grunnlínu og myndar 90° horn við hana



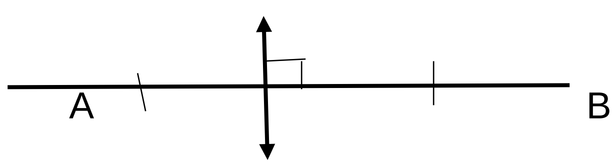
Miðpunktur hrings = O: miðpunktur hrings er í miðju hans og er táknaður með O



Miðstrengur hrings: miðstrengur liggur í gegnum miðpunktinn O og skiptir hringnum í tvo 180° helminga



Miðþverill: miðþverill helmingar línu og myndar 90° horn á hana



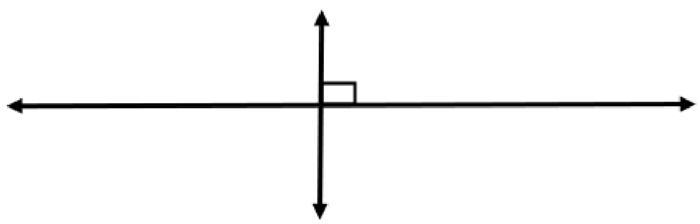
Millimetri: millimetri er 1 / 1000 úr metra

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	0	0	0

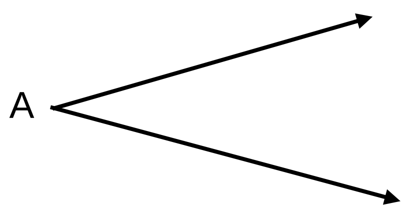
Mælieiningar: mælieiningar byggðar á metrakerfinu til þess að mæla lengd = m, flatarmál = m^2, rúmmál = m^3 og líka lítrar

-n – hyrningur: marghyrningur þar sem fjöldi horna er 3, 4, 5 eða fleiri

Normall: normall er einnig nefndur þverill og myndar 90° horn á gefna línu

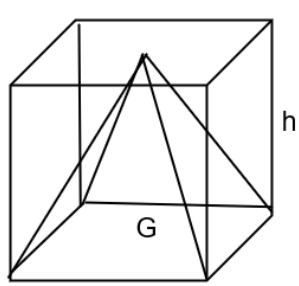


Oddpunktur horns: Armar horns skerast í oddpunkti A



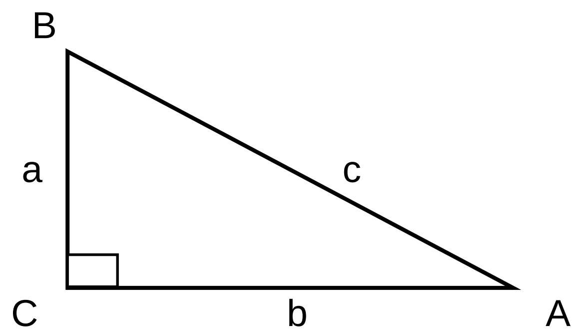
Pí: $\pi = 3{,}14$: π er hlutfall eða deiling þegar: $\frac{Ummál\ hrings}{Þvermál\ hrings} = \pi = 3{,}14$

Píramídi: píramídi er oddform kassa og hefur sama grunnflöt og hæð og kassinn



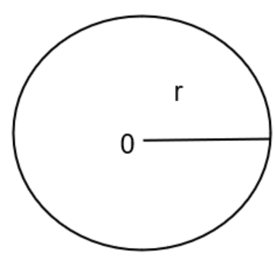
Pýþagórasarregla: notuð til þess að finna hliðarlengdir í 90° þríhyrningi

$$a^2 + b^2 = c^2$$



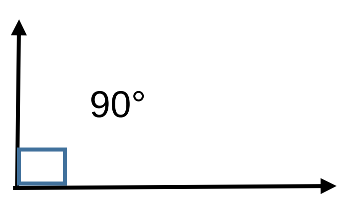
Punktur: punktur er óendanlega smár t.d.: upphafspunktur, endapunktur, miðpunktur, oddpunktur eða fótpunktur

Radíus: radíus hrings byrjar í miðpunkti hrings og nær út að hringferlinum

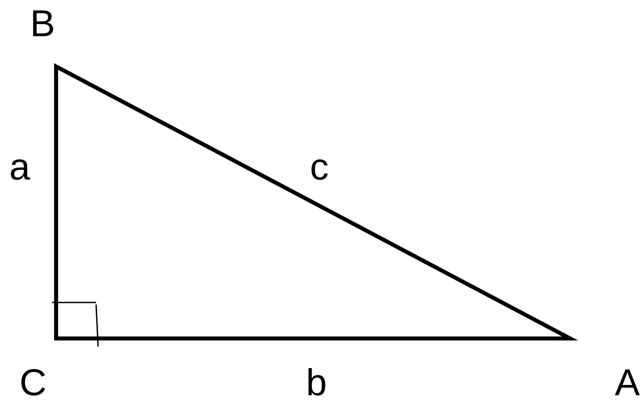


Reglulegur marghyrningur: marghyrningur með allar hliðar jafnstórar og þar af leiðandi eru öll horn jafnstór

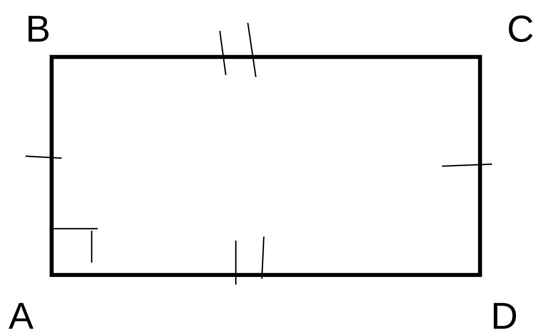
Rétt horn: rétt horn er 90°



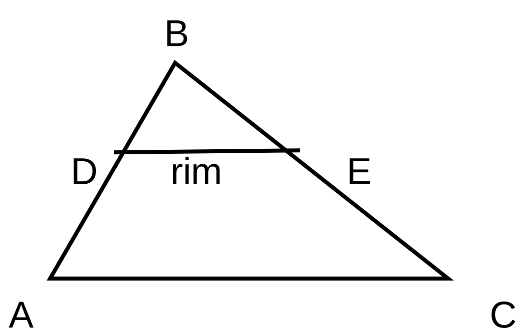
Rétthyrndur þríhyrningur: þríhyrningur þar sem eitt hornið er 90°



Rétthyrningur: rétthyrningur er ferhyrningur þar sem öll hornin eru jafnstór eða 90° og tvær og tvær mótlægar hliðar eru jafnstórar



Rim í þríhyrningi: rim er lína í þríhyrningi, sem er samsíða grunnlínu

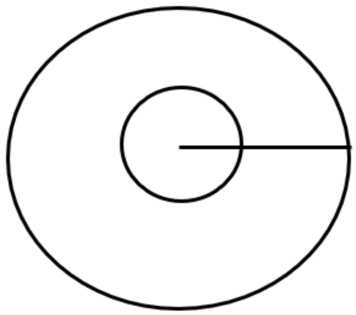


DE er samsíða AC.

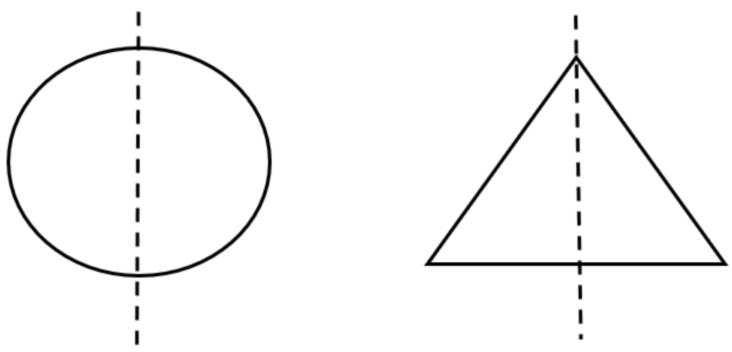
Rúmmál: rúmmál er þrívítt rými sem hefur lengd, breidd og hæð = m^3

Rúmmetri m^3: mælieining fyrir rúmmál: lengd · breidd · hæð, $m \cdot m \cdot m = m^3$

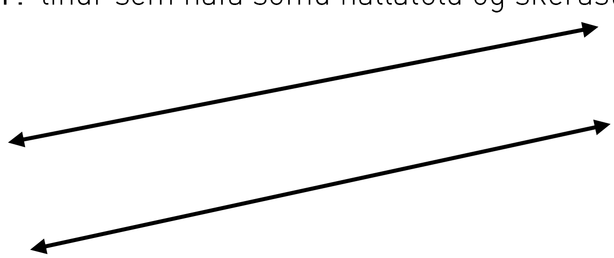
Sammiðja hringir: hringir sem hafa sama miðpunkt en ekki sama radíus



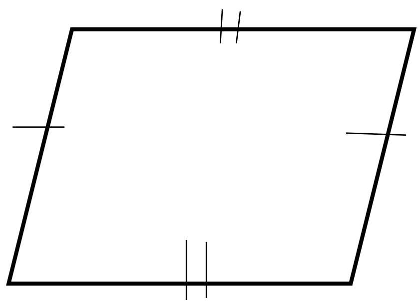
Samhverfa: samhverfa = samhverfuás er miðja forms þ.e.: formið er eins báðu megin við miðju



Samsíða línur: línur sem hafa sömu hallatölu og skerast því ekki

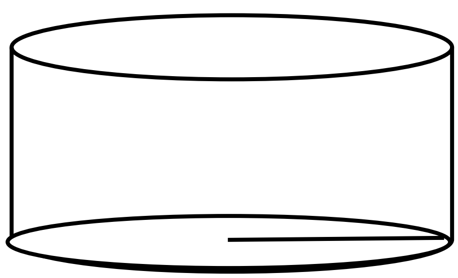


Samsíðungur: ferhyrningur þar sem tvær og tvær línur eru samsíða

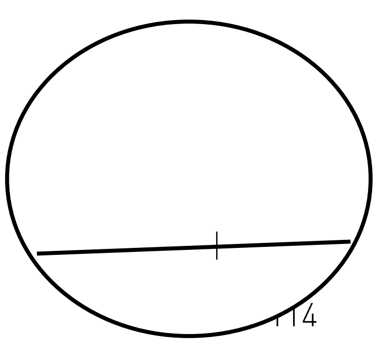


Sexhyrningur: marghyrningur með sex horn

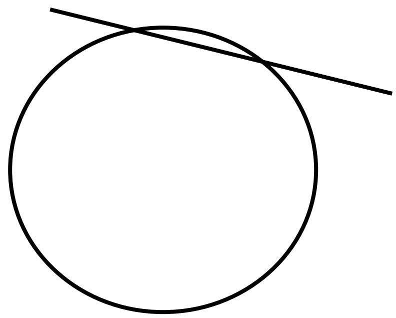
Sívalningur: strendingur með hringlaga grunnflöt



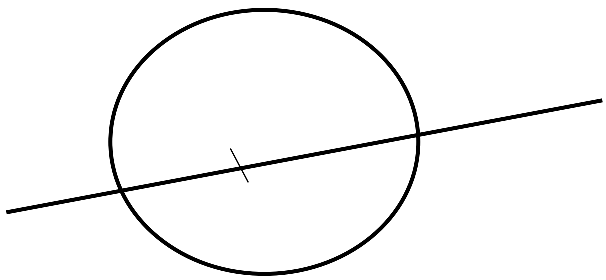
Sneið í hring: strengur skiptir hringnum í tvær sneiðar



Snertill: línur sem snertir hring í einum punkti

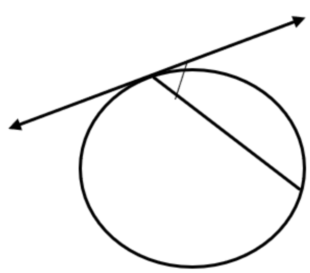


Sniðill: lína sem sker hring í tveimur punktum



Strendingur: rúmmálsform eins og þrístrendingur, ferstrendingur/kassi, fimmstrendingur og svo framvegis

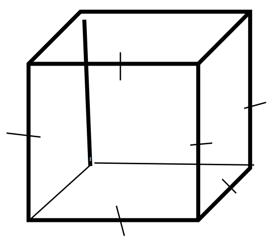
Strengsnertilhorn í hring: horn þar sem annar armurinn er snertill við hring og hinn armurinn er strengur í hring. Hornið er í raun ferilhorn og er jafnstórt og hálfur boginn sem það spannar



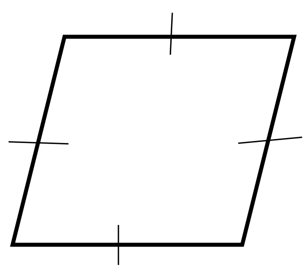
Sönnun: sönnun er rökrétt röð ályktana

A = B = C þá er: A = C

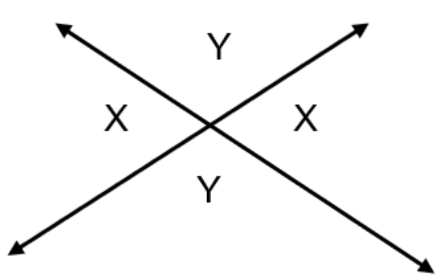
Teningur: kassi = með allar hliðar jafn stórar = teningur



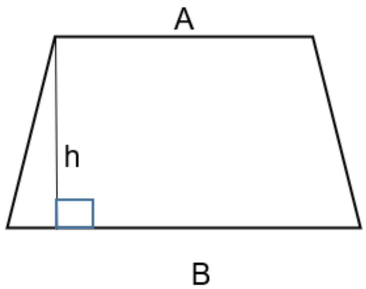
Tígull: samsíðungur með allar hliðar jafnlangar



Topphorn: topphorn eru jafnstór

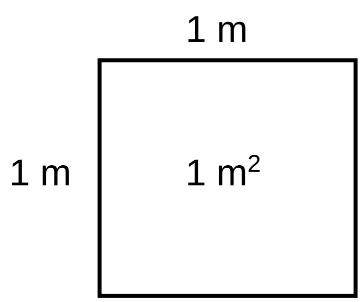


Trapisa: trapisa hefur tvær hliðar sem eru samsíða og tvær sem eru það ekki

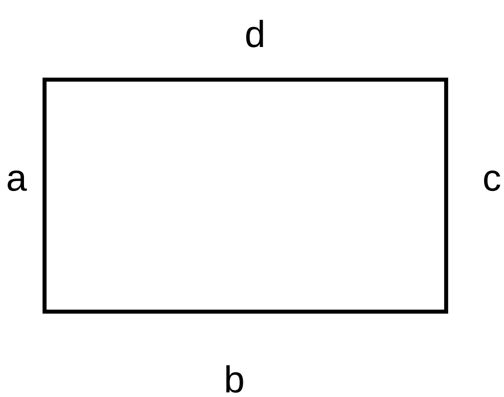


Flatarmál = $\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot h$

Tvívídd: tvívídd er flatarmál = lengd · breidd. Mælieining er m^2

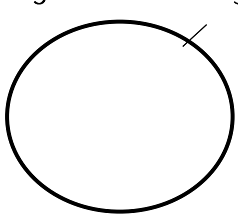


Ummál = U: utan - ummál flatarmáls U = leggja saman allar hliðar



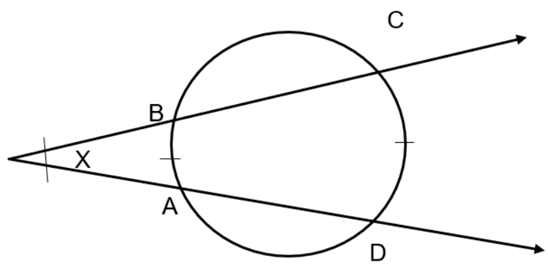
U = a + b +c + d

Ummál í hring: ummál hrings er lengd hans, lengd hringferilsins



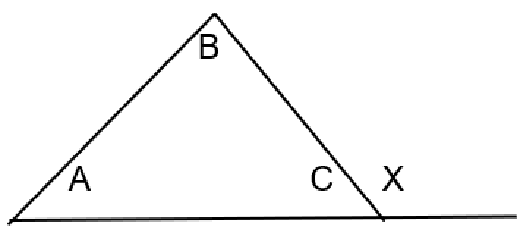
Ummál hrings = 2 · r · π   eða U = þ · π

Utanvert horn í hring: horn sem er staðsett fyrir utan hringinn en armar þess mynda strengi innan hringsins



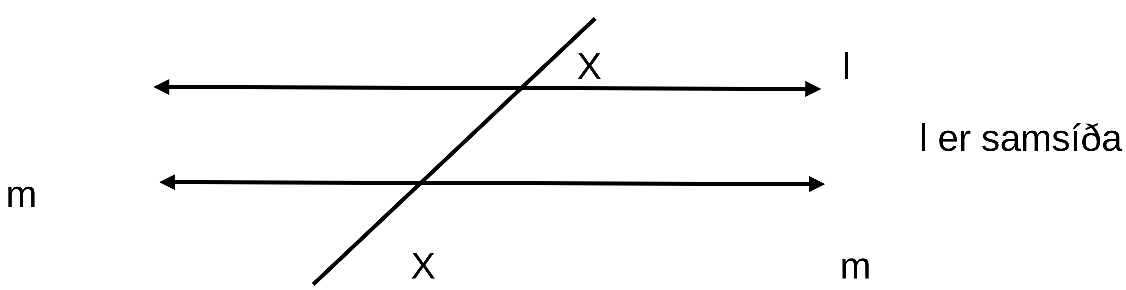
$$X = \frac{\mathit{Boginn\ CD} - \mathit{Boginn\ AB}}{2}$$

Utanvert horn í þríhyrningi: horn sem myndar grannhorn við horn þríhyrnings= X



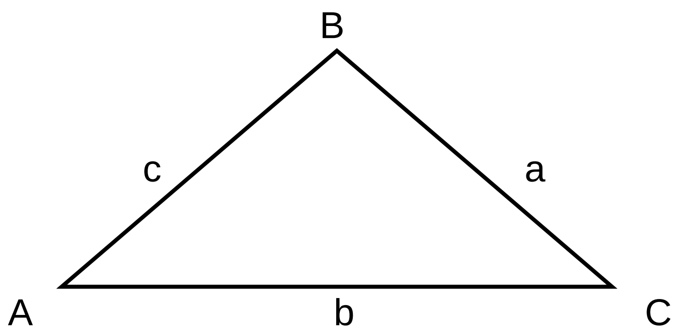
X + C = 180 og X = A + B

Víxlhorn við samsíða línur: víxlhorn við samsíða línur eru jafnstór



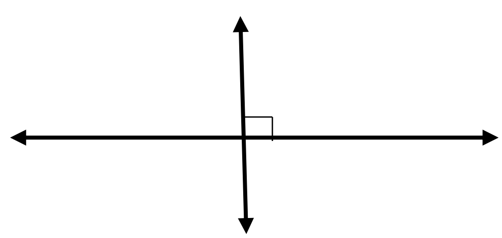
Yfirborðsflatarmál: yfirborð rúmmálsflatar: kassa, píramída, sívalnings, keilu eða kúlu

Þríhyrningur: marghyrningur með þrjú horn og þrjár hliðar

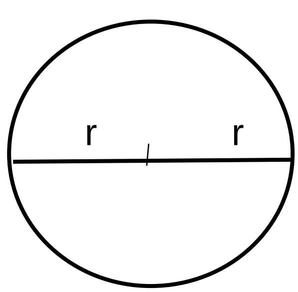


Þrívídd: rúmmál hefur þrjár víddir: lengd, breidd og hæð. Mælieining = rúmmetri = m^3 eða líter = l

Þverill: lína sem myndar 90° horn á aðra línu. Einnig nefndur normall



Þvermál í hring: lína þvert í gegnum hring og fer í gegnu miðpunkt O



Þvermál = 2 · r