

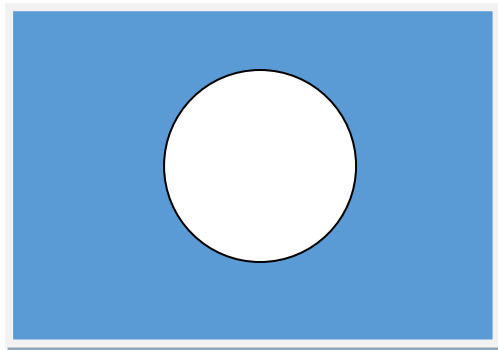
12.kafli: Að lesa rökfræði

Rökfræði er spennandi grein innan stærðfræðinnar og ef til vill vannýtt. Þegar kemur að því að nota reglur rökfræðinnar kemur í ljós sérkennilegur táknheimur og sérkennilegur sanntöflulestur með sérstökum dálkalestri. Byrjum einfalt með eina breytu.

p	$\neg p$
s	ó
ó	s

Mynd 1: p er atburður. $\neg p$ = ekki p .

Atburðurinn getur síðan verið sannur eða ekki sannur. Þetta má teikna á vennmynd = mengjamynd:



Mynd 2: Hringurinn er p og fyrir utan hann er $\neg p$ = ekki p .

Skoðum nú sanntöflu fyrir tvær breytur p og q . Þá getur fernt gerst.

Dæmi:

1. Báðar sannar
2. Önnur sönn, hin ósönn
3. Önnur ósönn, hin sönn
4. Báðar ósannar

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

Skoðum nú annað tákni, skipun. Það er „eða“, p eða q . Sem þýðir að annar eða báðir eru sannir. Það er táknað: $p \vee q$.

Dæmi um eða:

1. Báðar sannar
2. Önnur sönn
3. Önnur sönn
4. Hvorug sönn

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

p og q er táknað $p \wedge q$. Það þýðir að bæði p og q verða að vera sannar annars er yrðingin ósönn.

Dæmi um og:

1. Báðar sannar
2. Önnur sönn, hin ósönn
3. Önnur ósönn og hin sönn
4. Báðar ósannar

p	q	$P \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Leiðing er táknuð með $p \rightarrow q$, ef p þá q . Leiðingin er aðeins ósönn ef forliðurinn p er sannur og leiðiliðurinn q er ósannur. Þetta er einfaldlega best að kunna utanað.

Dæmi um leiðingu:

1. Sönn
2. Ósönn ef $1 \rightarrow 0$
3. Sönn
4. Sönn

p	q	$P \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Tvíleiðing hefur táknið $p \leftrightarrow q$ og er lesið "þá og því aðeins". Tvíleiðing er aðeins sönn ef bæði p og q eru sannar eða báðar ósannar.

Dæmi um tvíleiðingu:

1. Sönn
2. Ósönn
3. Ósönn
4. Sönn

p	q	$P \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Tökum nú þrjú dæmi um dálkalestur í sanntöflum. Byrjað er á því að ganga út frá því að samband p og q sé eftirfarandi:

p	q
1 = satt.	1 = satt.
1 = satt.	0 = ósatt
0 = ósatt.	1 = satt.
0 = ósatt.	0 = ósatt.

Dæmi 1:

Finndu: $\neg p \rightarrow \neg q$. (Ekki p þar af leiðir ekki q).

1. Finna dálkana $\neg p$ og $\neg q$.

p	q	$\neg p$	$\neg q$
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	1

2. Skoðum nú dálkana $\neg p$ og $\neg q$. Svar:

$\neg p \rightarrow \neg q$
1
1
0
1

Leiðingin er aðeins ósönn frá $1 \rightarrow 0$

Dæmi 2:

Finndu $\neg(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

Síðasti dálkurinn er þá svarið: 0 1 1 1

Dæmi 3:

Finndu $p \wedge \neg q$

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0

Hér þarf að samlesna dálk p og $\neg q$. Svarið er síðasti dálkurinn: 0 1 0 0.

Ef tákn rökfræðinnar eru sett saman í línu eins og hér: $p \wedge \neg q \rightarrow \boxed{\leftrightarrow}$

Þá er ekki laust við að þau virki framandi. Allavegana erum við ekki að nota þessi tákn mikið í daglegu lífi. Orðið táknlæsi öðlast dýpri merkingu fyrir vikið. Einnig má nefna hugtökin töflu- og dálkalæsi. Segja má að það sé auðvelt að lesa ef þú ert læs.

12.1 Hugtakaskrá

Breyta: p eða q

Eða: p eða q táknað $p \vee q$

Leiðing: Táknað $p \rightarrow p$ lesið ef p þá q

Og: p og q , táknað $p \wedge q$

Sanntafla: Um tengsl tveggja staðhæfinga, p og q

p	q
1	1
1	0
0	0
0	0

Tvíleiðing: Táknað $p \leftrightarrow q$ lesið: þá og því aðeins