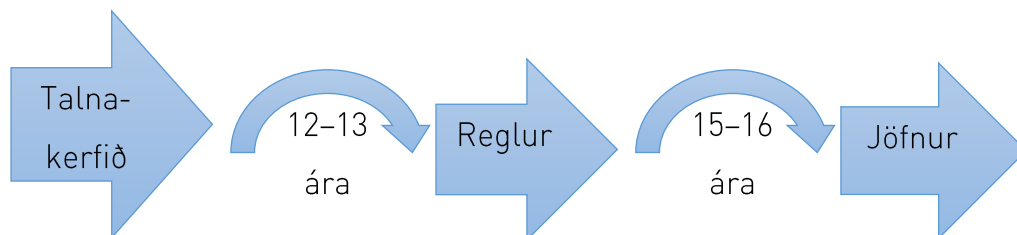


# 1.kafli: Viðkvæmasta fag skólakerfisins

Ég hef spurt marga nemendur mína „Hvað er bóknám?“ og fengið ýmis svör. Góð skilgreining á bóknámi er tvíþætt: Annarsvegar **að skilja** sem trúlega verður að teljast aðal forsendan fyrir því að bóknám eigi sér stað. Oft er nóg að lesa efnið einu sinni til að skilja það og er það von mín að það eigi við um þessa bók og þig. Hinsvegar **að muna** sem er sérlega mikilvægur hluti bóknámsins, sérstaklega ef þú þarft að fara í próf úr efninu. Við mína nemendur segi ég að þurfi að lesa stærðfræðina yfir **fimm** sinnum sem má segja að sé einhæft. Á móti kemur að þá kannst þú námsefnið þegar í prófið kemur sem er mjög ánægjulegt. Svo ég vitni í einn ágætan nemenda minn á 1.ári í M.S. sem sagði: „Ég var búin að lesa *sýnidæmin og textann svo vel að bókin varð ljóslifandi í huga mér í prófinu*“. Hún fékk 9,5 út úr því jólaprófi, hærri einkunn en í grunnskóla. Einnig er mikilvægt að skilgreina annað hugtak sem tengist námi og það er hugtakið **kennsla**. Besta skilgreining á kennslu í bóknámi heyrði ég í skólanum á Barnadeild Hringisins. Hún er svona: „**kennsla er að hvetja þig til að lesa mjög vel og oft**“. Það sem er merkilegt við þessa skilgreiningu er að þungamiðjan í skilgreiningunni er ekki kennarinn heldur þú. Eftir því sem ofar dregur í menntakerfinu verður þessi skilgreining sannari og er í raun grunnforsendan fyrir því að ná árangri í jafn hugtakaríku fagi og stærðfræðin er.

Það er markmið þessarar bókar „*Að lesa stærðfræði*“ að gera stærðfræðinni í efri bekkjum grunnskólans sem og fyrstu tveimur árunum í framhaldsskóla góð skil. Þessi handbók um stærðfræðilæsi á einnig að vera skýr, lýsandi og styðjandi fyrir nemendur og forráðamenn þeirra og gera stærðfræðinámið skemmtilegra og árangursríkara og tryggja áframhaldandi námsframvindu.

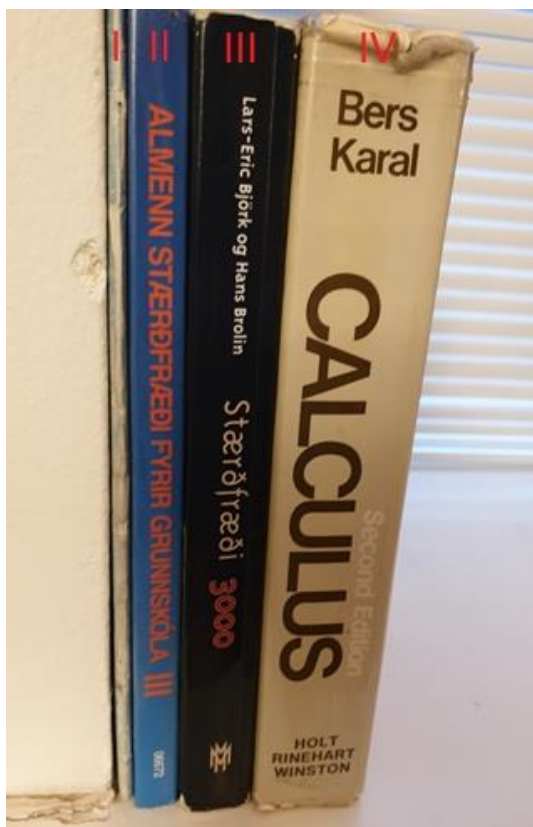
Ágætis byrjun á umræðu um stærðfræði í skólakerfinu er að segja: „Stærðfræðin er viðkvæmasta kennslugreinin í skólakerfinu. Hún breytir tvisvar um kennslufræði, fyrst þegar þú ert 13 ára og svo þegar þú ert 16 ára.“ Eftir að hafa fylgst með árangri á samræmdum prófum í 10. bekk í áratugi get ég með nokkurri vissu fullyrt að stærðfræðin sé það fag sem nemendur eiga í hvað mestum erfiðleikum með og getur tafið nám þeirra og í versta falli stoppað námsframvinduna. Ef grannt er skoðað má segja að stærðfræðin sé ekki öll þar sem hún er séð. Frá 6 ára aldri til 12 ára aldurs er verið að kenna talnakerfið. Frá 13 ára til 15 ára er verið að kenna reglur: prósentureglur, algebrureglur og rúmfræðireglur. Þetta eru um 100 reglur á þremur árum. Þegar nemendur eru svo búnir að læra allar þessar reglur má segja að við taki nýtt verkefni í framhaldsskóla 16–19 ára: að læra um jöfnur í hnitakerfi. Vitna ég nú í einn af íslenskukennurunum sem kenndi með mér, en hún sagði: „Stærðfræðin er jú óttafag“ Á meðan kennslufræði allra annarra greina þróast án mikilla stökkbreytinga þá einkenna miklar breytingar kennslufræði stærðfræðinnar.



Mynd 1: Kennslufræði stærðfræðinnar

Með öðrum orðum má segja að stærðfræðin breyti sér á viðkvæmstu tímamarkum í skólagöngunni þinni. Fyrst þegar þú ert 13 ára og ert að færast á unglíngastig grunnskóla. Í öðru lagi þegar þú ert 15 ára og ferð úr grunnskóla yfir í framhaldsskóla. Á þessum sömu tímamarkum ert þú ekki bara að skipta um skólastig heldur oft sömuleiðis skólahús, kennara og samnemendur.

Þegar þú ert 13–17 ára ert þú ekki mest að skoða kennslufræðilegar breytingar á einstökum fögum í skólanum. Til að sjá og skilja vandann fljótt og vel er gott að skoða hvernig stærðfræðibækurnar líta út frá 6 ára til 26 ára aldurs. Það er ljóst að þær þykkna. Ekki nóg með það heldur breytist innihald þeirra og hlutföll milli dæma og texta. Segja má að þær þykkni vegna aukins texta eins og sést á myndinni hér fyrir neðan. Skoðum nú innihald nokkurra stærðfræðibóka fyrir aldurinn 6–26 ára. Þá kemur í ljós þróunin frá tölum til texta. Nafn þessarar bókar verður „Að lesa stærðfræði“ sem á vissan hátt hljómar eins og öfugmæli. Við reiknum dæmi í stærðfræðinni okkar.



Mynd 2: Gott sjónarhorn á stærðfræðina

I: 12 ára (7. bekkur)

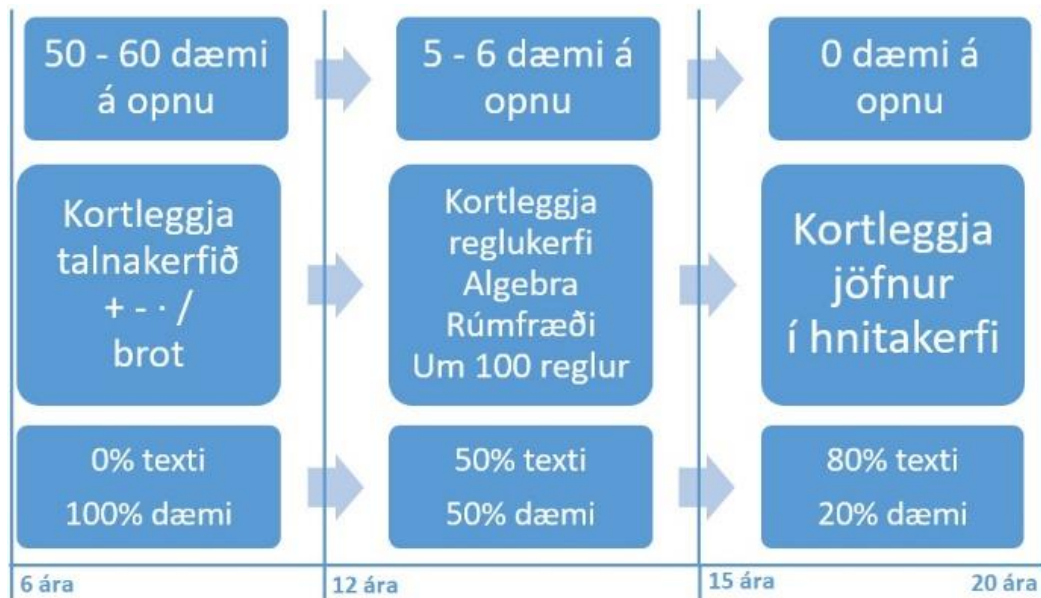
II: 15 ára (10. bekkur)

III: 16 ára (1. ár framhaldsskóla)

IV: 1. ár háskóla

Þetta líkan af stærðfræðinni á myndinni hér fyrir neðan sýnir vel innihald stærðfræðinnar á hverjum tíma og þær miklu breytingar sem verða og skipta stærðfræðináminu í raun í þrjú tímabil með mismunandi kennslufræði og námstækni:

1. 6–12 ára: talnakerfið
2. 13–15 ára: reglakerfi (algebru- og rúmfræðireglur)
3. 16–19 ára: jöfnur í hnitakerfi



Mynd 3: Breytingar: Þú ert alin/n upp í dæma- og verkefnamiðuðu umhverfi frá 6-12 ára aldurs, umhverfi sem er nánast textalaust en eftir það verður texti ráðandi í dæmunum

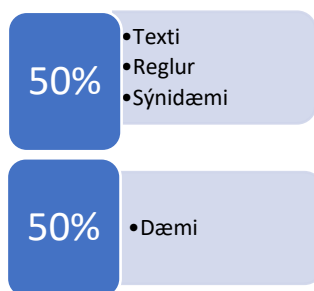


Þegar ég fór í gegnum stærðfræðina í 7–12 ára bekk fékk ég 8,0 í einkunn á barnaprófi 12 ára eftir að hafa reiknað samviskusamlega um 60 þúsund dæmi á sex árum, enda má segja að besta leiðin til að muna sé einmitt að endurtaka.



Mynd 4: Skírteini um barnapróf

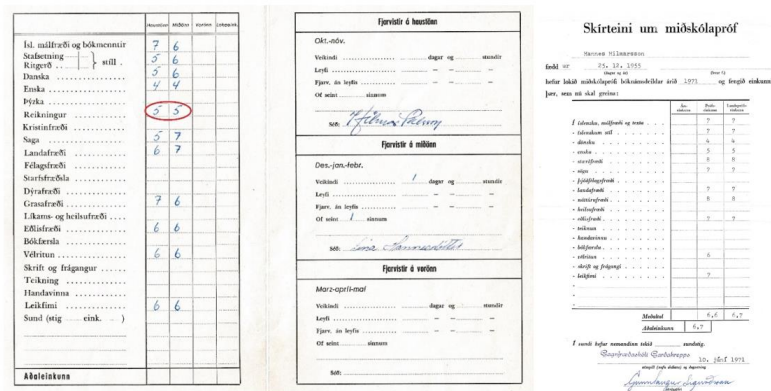
Þegar þú ert 13 ára þá gerist það að stærðfræðin breytir sér úr klassísku 100% dæmafagi yfir í 50% textafag og 50% dæmafag. Þarna kemur textinn í stærðfræðibækurnar. Yfirleitt er ein blaðsíða texti og svo ein blaðsíða af dæmum. Rytminn verður eins og sést á myndinni til hliðar en þú ert örugglega að hugsa um eitthvað annað en kennslufræðilegar breytingar í einstökum fögum í skólanum á þessum tíma.



Mynd 5: Stærðfræði fyrir 13–15 ára

Parna kveður við annan tón. Í stærðfræðibókum fyrir 13-15 ára er eins og áður segir 50% af þessum bókum texti og útskýringar sem sýnd eru vel með sýnidæmum um hvað gera skal í dæmunum sem koma á eftir og hin 50 % eru dæmi. Lögmálið um að „lesa fyrst og reikna svo“ verður til. Segja má að þarna sé stærðfræðin að breyta sér úr dæmafagi í textafag og dæmunum fækkar úr 50 í 5 á blaðsíðu, þ.e. fækkunin er tífold.

Á miðsvetrarprófi mínu á lokaári grunnskólans fékk ég 5,0 sem var í samræmi við það að ég reiknaði öll dæmin í bókinni en las lítið hin 50% með útskýringum og reglum. Ég átti svo skynsama foreldra að ég var settur í aukatíma í stærðfræði í Málaskóla Halldórs í Austurbæjarskóla. Þar var stórum algebrudæmum troðið í nemendur en lítið talað um að lesa stærðfræði. Á endanum fékk ég 8,0 sem var skammgóður vermir og bjargaði mér lítið þegar ég kom á náttúrufræðibraut í menntaskóla.



Mynd 6: Einkunnir á miðsvetrarprófi á lokaári grunnskólans til vinstri og skírteini um míðskólapróf til hægri

Eftir 10 ára nám í grunnskóla fara mjög margir í framhaldsskóla og þá breytist stærðfræðin aftur nú úr reglum í jöfnur sem búa í hnitakerfinu. Þessu fylgir meiri texti og 80% af framhaldsskólalabókunum í stærðfræði eru

texti og 20% eru dæmi. Gott sýnishorn er úr annars árs bókinni „Stærðfræði 3000 – talningarfræði, hornaföll og vigrar“ eftir Lars-Eric Björk og Hans Brolin, gefinni út af Máli og menningu 2001. Þá koma oft 4–5 blaðsíður af texta sem útskýra reglurnar í sýnidæmum og svo er ein blaðsíða af dæmum. Eins og sést á myndinni hér fyrir neðan er á heilli opnu ekkert dæmi til þess að reikna heldur aðeins texti til útskýringar sem þú þarft að lesa.

**Kósínusreglan**

Vandamál: Hér eru tvær þríhyrningar sem sínusreglan dugar ekki á.

Við getum ekki notað sínusregluna til að finna:

- Kornin B og C öðu lengd hliðarinnar BC í fyrri þríhyrningnum.
- Kornin í seinni þríhyrningnum.

Afleiðing: Við þurfum því nýja reglu.

Méð Pýþagórasarreglu fáir tvær lausnir á  $h^2$ :

$$h^2 = a^2 - p^2$$

$$h^2 = a^2 - (b - p)^2$$

$$a^2 - p^2 = c^2 - b^2 - p^2 + 2bp$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2bp$$

Leitum nú að formúlu fyrir  $p$ :

$$\cos C = p/a$$

$$p = a \cos C$$

Méð því að setja  $p$  inn fæst:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Nú ástæðan verður sú sama hvort sem þríhyrningurinn er hvasshyrndur eða gleiðhyrndur.

Sættilei um rétt horn: Ef þríhyrningurinn er réthyrndur, þ.e. hornið  $C = 90^\circ$ , þá lafnagildir reglan Pýþagórasarreglunnar  $c^2 = a^2 + b^2$ .

**Kósínusreglan:**

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Á sama hátt fæst:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

2242 Finnda stærð allra horna í þríhyrningi með einum aukastaf ef hliðar hans eru 24 cm, 18 cm og 15 cm.

Mynd: 1. Þríhyrningurinn tekið úr.

Stærsta hornið fyrst: 2. Þríhyrningur gefur ekki hátt tvö gleið horn. Við finnum þess vegna stærsta hornið fyrst, þá vitum við með vissu að hin hornin eru hvas. Stærsta hornið C er á móti stærstu hliðinni AB. Með kósínusreglunni,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ , fæst

$$24^2 = 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \cos C$$

$$\cos C = \frac{15^2 + 18^2 - 24^2}{2 \cdot 15 \cdot 18}$$

$$C = \cos^{-1} \left( \frac{15^2 + 18^2 - 24^2}{2 \cdot 15 \cdot 18} \right) \rightarrow \text{Stærst er þetta hátt að finna kósínusinn} \cos C = -0,28$$

$$C = 92,9^\circ$$

Veija aðferð: 3. Við vitum nú að næststærsta hornið er hvasst og getum fundið það með sínusreglunni. Aðvitað getum við einnig notað kósínusregluna aftur, þriðja hornið er síðan hægt að finna úr frá hornasummuna þríhyrningis. Þetta er þó að finna öll hornin án þess að nota regluna um hornasummuna er noka hátt að nota til að staðfesta að hornin eru stærsta 180°. Við velum þessa aðferð og kósínusregluna og fáum því

$$18^2 = 15^2 + 24^2 - 2 \cdot 15 \cdot 24 \cdot \cos B$$

$$B = 48,5^\circ$$

$$15^2 = 18^2 + 24^2 - 2 \cdot 18 \cdot 24 \cdot \cos A$$

$$A = 38,6^\circ$$

Staðfesting: 4.  $38,6^\circ + 48,5^\circ + 92,9^\circ = 180,0^\circ$


Svar:  $A = 38,6^\circ$ ,  $B = 48,5^\circ$  og  $C = 92,9^\circ$

Mynd 7: Sýnishorn úr „Stærðfræði 3000“

Eins og sést á stúdentsprófsskírteininu mínu gat ég alveg fengið 7,0–8,0 í mörgum greinum t.d. íslensku, sögu, jarðvísindum, líffræði, félagsfræði, sálfræði, hagfræði og stjórnmálafræði. Þannig má segja að ég hafi átt auðvelt með að lesa, skilja og muna texta og fara í próf í honum og fá um og yfir 8,0. Það var ekki vandi fyrir mig.

Nafn: *Flórus Flóruasson*  
 I. *25. desember 1935* nafnúmer: *3723-3710*

Titill	Stærð	Stærð	Prófi- tölur
Íslensk fræði	16	7,5	6,0
Íslensk ritgerð		7,0	6,5
Danska	8	5,0	5,5
Enska	10	6,5	6,0
Franska			
Þýska	12	5,5	4,0
Saga	12	7,5	5,0
Jarðfræði	5	8,0	6,0
Liffræði og lífefnafræði	13	7,5	5,5
Einafræði	9	6,5	6,0
Lífrennfrafræði	4	5,0	3,0
Eðlafræði	9	5,0	3,5
Stærðfræði	20	4,5	2,0
Leikfeni	8	8,5	7,5
Valgættar I	8	7,5	7,5
<i>Slagfræði 4,0 7,5</i>	<i>Slagfræði 8,5 7,5</i>		
<i>Þýskafræði 8,0 7,5</i>	<i>algrænni 6,5 7,0</i>		
Valgættar II	4	7,0	7,5
<i>Þýskafræði 8,0 8,5</i>	<i>Þýskafræði 6,0 6,0</i>		
Tönnun	2	6,5	6,5
Skólaátt	55%		
		Meðaltalinn	6,62 5,22
		Fullnægðarkennsla	6,0

Menntaskólinn við Tjörnina 22. maí 1975  
 V. Flóruasson  


Mynd 8: Einkunnir úr Menntaskólanum við Tjörnina

Lítum nú yfir ferilinn á myndinni hér fyrir neðan:

	12 ára	15 ára	20 ára
<b>Einkunn</b>	8,0	5,0	2,0
<b>Hlutfall dæma í námsfni</b>	100%	50%	20%

Bekkur	Einkunn
<b>I. b.</b>	6,0
<b>II. b.</b>	3,0
<b>III. b.</b>	4,0
<b>IV. b.</b>	2,0

Mynd 9: Námsferill höfundar í stærðfræði í efri bekkjum grunnskóla og menntaskóla

Einkunnir mínar ríma nær 100% við dæmahlutfallið í stærðfræðibókunum á hverjum tíma. Ferillinn minn í stærðfræðinni í fjögurra ára menntaskólanámi var í raun þrautaganga og eftir að hafa

fengið 8,0 á grunnskólaprófinu var ferillinn minn í stærðfræði í menntaskólanum eins og sést hér á myndinni á síðunni á undan. Á endanum féll ég með 2,0 í lokaeinkunn á stúdentsprófi á stærðfræðibraut. Meðaleinkunn í bekknum var um 3,5 þannig að það voru fleiri en ég sem voru í basli með stærðfræðina. Ég er viss um að ef einhver hefði komið til mín þegar ég stóð með einkunnina 2,0 í stærðfræði og sagt: „*Hannes minn, þú átt örugglega eftir að verða stærðfræðikennari í þessum menntaskóla*“ er ekki víst að ég hefði trúað því en annað kom á daginn. Ef þú nálgast þetta mynstur  $10 - 5 - 2$  í einkunn þarf að fara að endurskoða vinnubrögðin eitthvað ef til vill að lesa meira sýnidæmi og aðrar útskýringar í texta bókarinnar. Lögmálið um að *lesa fyrst og reikna svo* fer að taka á sig mynd eins og áður hefur komið fram.

Ég fór svo í Kennaraskólann sem ég álit að hafi verið gæfuspor í mínu lífi. Eitt það fyrsta sem sagt var við okkur nýnemana í KHÍ var: „*Velkomin í Kennó! Nú eigið þið að kenna 10 ára börnum mengi.*“ Ég hugsaði með mér: „*Ef ég á að kenna 10 ára börnum mengi þá þarf ég að vita eitthvað.*“ Ég hélt áfram að hugsa: „*Ef ég ætla að vita eitthvað þá þarf ég að lesa þessa kennslubók*“ sem hét *Matematik på nytt sätt* og var á sænsku. Þetta var fyrsta stærðfræðibókin sem ég las á ævinni orðinn 22 ára gamall. Betra er seint en aldrei. Ég man hvað það var skritin tilfinning að fara lesinn í fyrsta skipti á ævinni í stærðfræðipróf í Kennaraháskóla Íslands. Ég man að ég hugsaði: „*Hvað gerist nú, fæ ég tvo eða hvað?*“ en ég fékk 6,75, nærri 7,0 sem er 5,0 hærra en í stúdentsprófinu mínu. Svo fékk ég þessa notalegu tilfinningu: „*Kannski get ég þetta bara.*“ Allavega lyftist sjálfsmynd mín nokkuð upp við þennan árangur. Fjörtíu árum seinna hljómar það ef til vill einkennilega en það er samt satt að sú bók sem hefur haft mest áhrif á lífshlaup mitt allt skuli hafa verið sænsk mengjakennslubók. Ég hef síðan

kennt stærðfræði við tvo grunnskóla og sex framhaldsskóla, þar með talinn menntaskólann sem ég féll í á stúdentsprófi með einkunnina 2,0. Í Kennaraskólanum varð bekkjarfélagi minn frá fyrsta degi Haukur Pétur Benediktsson. Hann var skólabróðir minn úr Menntaskólanum við Tjörnina. Þar sem hann var á eðlisfræðibraut ætlaði hann auðvitað að velja stærðfræði og eðlisfræði sem sínar aðalkennslugreinar en ég var að spá í líffræði og félagsfræði. Haukur sá að ef við félagarnir myndum velja svona yrðum við ekki mikið saman svo hann sagði við mig: „Komdu með mér í stærðfræðina. Ég hjálpa þér bara“ og ég sagði bara já eftir að hafa verið búinn að fá þó 7,0 í sænskum mengjum. Af öllum störfum í heiminum var ég þá búinn að velja það að verða stærðfræðikennari. Hér fyrir neðan er sýnishorn úr *Calculus* frá 1976 eftir þá Lipman Bers og Frank Karal. Hér er um að ræða tveggja kílóa bók þykkan doðrant með smáum lettri á ensku ekki beint rómantískt. Hafði ég grunn til að takast á við háskólanám í stærðfræði með 2,0 í einkunn á stúdentsprófi? Sem betur fer hugsaði ég lítið út í það. Skoðun mín í dag er sú að undirstaðan til þess að takast á við stærðfræði á háskólastigi sé ekki það sem þú áttir að gera í fortíðinni heldur það hvernig þú tekst á við lífið núna. Ég fór ekki að lesa stærðfræði fyrr en ég var 22 ára gamall og mín trú og reynsla er sú að undirstaðan fyrir því að ganga vel í stærðfræði sé vitundin hér og nú, þegar þú ferð að lesa stærðfræðina þína. Þá gengur þér vel.

42 COORDINATES • 2

FIGURE 2.30

Dividing by 2, squaring both sides, and simplifying, we get

$$(x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)^2 = (x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)(x^2 + y^2 + c^2 + 2cx),$$

or

$$(x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)^2 = (x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)(x^2 + y^2 + c^2 + 2cx),$$

or

$$(x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)^2 = (x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)(x^2 + y^2 + c^2 + 2cx),$$

We assumed that  $x > a$ , so that  $x^2 > a^2$ .

Define the semi-axis  $a$  of the hyperbola by  $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ . Our equation becomes  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  or

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

This is equivalent to condition (9), thus we have proved the following:

**Theorem 2.** Let  $a > 0$ ,  $b > 0$  be given fixed numbers and set  $c^2 = a^2 + b^2$ .

The solution set of

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (11)$$

is a hyperbola with semi-axes  $a$  and  $b$  and foci  $(-c, 0)$ ,  $(c, 0)$ .

Note that the relations between the semi-axes  $a$ ,  $b$  and the focal distance  $2c$  are different for the ellipse and for the hyperbola.

If we interchange  $a$  and  $b$  in (11), we obtain the equation

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0) \quad (12)$$

It represents a hyperbola, of course, but one for which the foci lie on the  $y$ -axis rather than on the  $x$ -axis.

544 • Properties of Hyperbolas 43

FIGURE 2.31

**4.6 Properties of hyperbolas**

The line through the foci is called the axis of the hyperbola. For the hyperbola (11), this is the  $x$ -axis. The midpoint between the foci is called the center of the hyperbola. For the hyperbola (11), this is the origin. The line through the center, perpendicular to the axis, is called the conjugate axis. For the hyperbola (11), this is the  $y$ -axis. Like the ellipse, the hyperbola is symmetric about both axes.

Equation (11) shows that for every point  $(x, y)$  on the hyperbola,  $(x/a)^2 = 1 + (y/b)^2 \geq 1$ , so that  $|x| \geq a$ . Thus the hyperbola consists of two halves, called its branches. The hyperbola intersects the axis at two points called vertices (see Figure 2.31). Like the parabola, the hyperbola extends arbitrarily far into the plane, and only part of the curve can be drawn in a drawing.

The diagonals of the box  $|x| \leq a$ ,  $|y| \leq b$  are the lines  $y = b/a x$  and  $y = -b/a x$ . These are called asymptotes of the hyperbola (11). The asymptotes come arbitrarily close to the hyperbola if we proceed far enough along the curve, but the asymptotes never touch the curve. To verify this, consider a point  $(x, y)$  on the upper half of the right branch of the hyperbola; otherwise we shall say can be repeated, with obvious modifications, for the lower half and for the left branch. For the distance  $\delta$  shown in Figure 2.31, we have

$$\delta = \frac{b}{a}x - y = \frac{b}{a}x - b\sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1} = \frac{b}{a}x - \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} = \frac{ab}{x + \sqrt{x^2 - a^2}}$$

Hence  $\delta$  is positive for all  $x$ , and, if  $x$  becomes large enough,  $\delta$  becomes as small as we want.

[Equation (12) may be treated similarly. The asymptotes, however, are given by  $y = a/b x$  and  $y = -a/b x$ , as the reader may verify.]

The equation

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (13)$$

obtained from (11) by interchanging the signs of  $x^2$  and  $y^2$ , defines a hyperbola for which the foci lie on the  $y$ -axis, and which has the same asymptotes as the hyperbola (11). The two hyperbolas are shown in Figure 2.32. (They are called conjugate hyperbolas and have the property that all four foci lie on a circle about the center.)

Mynd 10: Sýnishorn úr *Calculus*

Ég útskrifaðist sem kennari árið 1979 með kennsluréttindi í stærðfræði og líffræði. Lokaeinkunnin mín eftir þriggja ára stærðfræðinámi í KHÍ var 7,0 og í líffræði 7,75, hvort tveggja mjög góður árangur.

**Kennaraháskóli Íslands** - Lausn Kennaraprófi (B.E.ð.)  
8. júní 1979

Hannes Hilmarsson  
Nafn

Kennitala	1. 1976-1977					2. 1977-1978					3. 1978-1979					Lokaeinkun	
	Hætt	Prof	Stær	AA	Endur-taka	Hætt	Prof	Stær	AA	Endur-taka	Hætt	Prof	Stær	AA	Endur-taka		
Uppeldisáættir	7		7 <sup>3</sup>			6 <sup>2</sup>		5 <sup>1</sup>			6 <sup>2</sup>		8 <sup>2</sup>				
I	6					8 <sup>2</sup>		8 <sup>1</sup>							6 <sup>3</sup>		7 <sup>1</sup>
II	6		6 <sup>1</sup>		6		6		6								8 <sup>3</sup>
Winnulitgerð																	
Skrifað	8		Eldri yngri bær														6
Kennsluföringur																	
Félagshætt	7																
Tilvísingarsaga + kristnifræði	4		7										8 <sup>2</sup>	9	8 <sup>2</sup>		
Síðfræði	1				7 <sup>2</sup>												
Íslensk fræði	8		5 <sup>2</sup>														
Stærðfræði	5		6 <sup>3</sup>														
Líffræði + heilbrigðisfræði	2		9		9												7 <sup>2</sup>
Skotti	1					6											
Handvinnsla + fíndur	2							8 <sup>1</sup>									
Teknfræði	2				8												
Týðingfræði	2		7 <sup>2</sup>														
Lokfræði + fagfræði	6																
Valgræn I	12				8		8 <sup>1</sup>	7			7 <sup>3</sup>		6				7 <sup>3</sup>
Valgræn II	12				7 <sup>2</sup>		6 <sup>3</sup>	5 <sup>1</sup>			7		7 <sup>3</sup>				7

Ráðgjafi 20/6/1979  
Hannes Hilmarsson  
Kennaraháskóli Íslands

Mynd 11: Einkunnir úr Kennaraháskóla Íslands

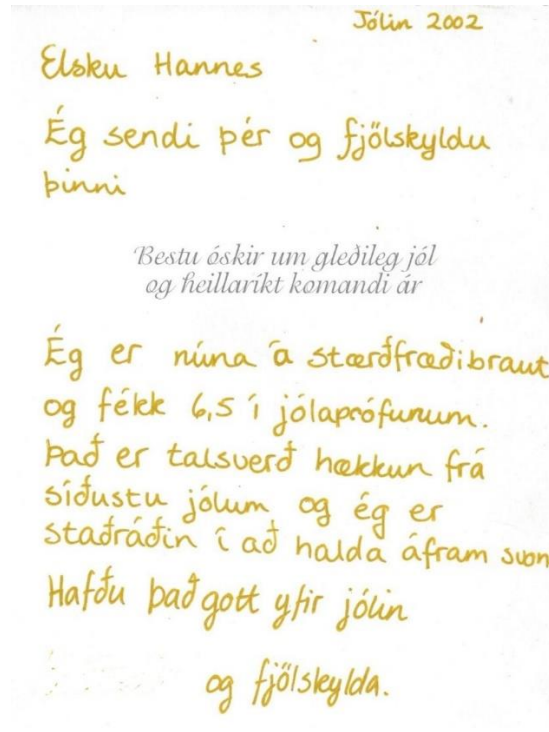
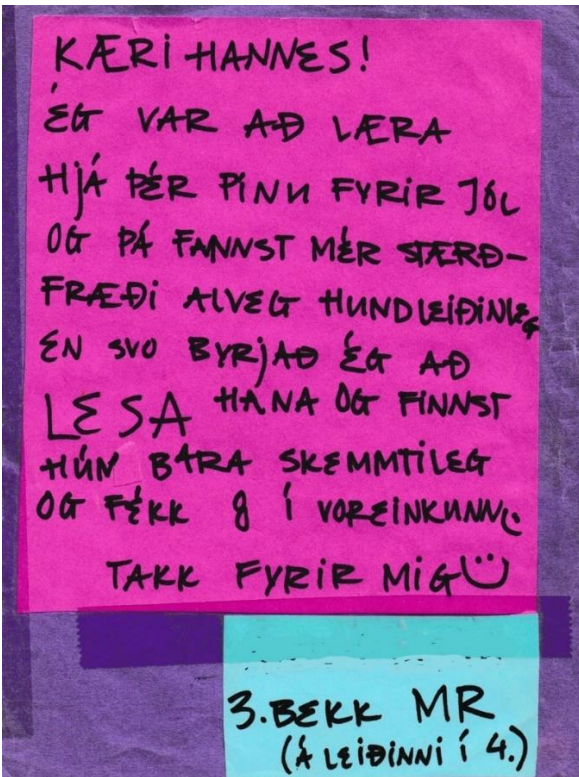
Þegar ég var orðinn stærðfræðikennari og fjögurra barna faðir með heimavinnandi eiginkonu þurfti ég aukavinnu svo ég fór að bjóða nemendum í aukatíma og kynna fyrir þeim þessar miklu breytingar í kennslufræði stærðfræðinnar. Þegar þessir ágætu nemendur mínir fóru að lesa stærðfræðina sína gekk þeim betur og svo sendu sumir mér jólakort og nokkrir sumarkort. Þegar þessir nemendur mínir fóru að lesa stærðfræðina gerðust oft mjög flottir hlutir mjög hratt.

Það sem hefur komið mér mest á óvart í samskiptum mínum við nemendur mína er tvennt:

1. Hve vitund þeirra er öflug og sterk
2. Hve vitund þeirra er fljót, á nokkrum dögum eru menn orðnir að sigurvegurum

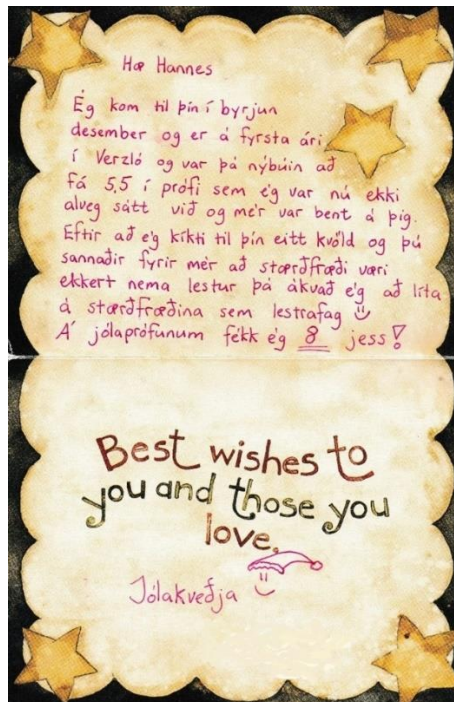


Að lokum gef ég nemendum orðið með því að birta nokkur þeirra bréfa sem mér hafa borist.



Haust 2010

Mig langar að þakka þér  
fyrir að koma mér af stað  
aftur í stærðfræði. Mér  
finnst þitt viðhorf allveg  
snild og með því að beita  
þína aðferð að ég náði, eftir  
20 ára pásu, að fara beint  
úr grunnskóla stærðfræði í  
stæ 403 í sumarskóla FB og  
ná 9,0 í prófinu. Lesa, lesa,  
lesa, skilja, reikna!



Mynd 12 : Nokkur þakkarbréf

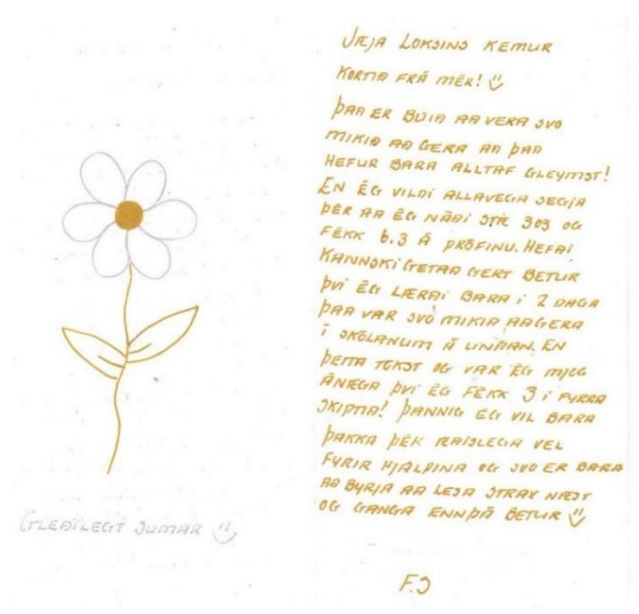


Kæri Hannes, takk fyrir mig og  
 fékk 9 úr stfr 202 í FB og er  
 á góðri leið með að komast inn  
 MS Með sumarkveðju

Kag náði!  
 Þótt  
 Þótt úr 0,5 í  
 6 á lokaprötinu.

Takk fyrir aðstodina  
 og bókina.

Frungræinadeild  
 Bifröst



Mynd 13: Fleiri þakkarbréf

Kærar þakkir fyrir góð ráð og góða  
fjarfestingu.

P.S Kom blóðunum til skila til  
Elinar

kveðja

☺

Jólin 24. des '06

Kæri Flannus og fjölskylda

Gledileg jól  
og farsælt  
komandi ár

Takk fyrir góðan stærfræði  
Studning í haust. Ég hitti þig  
einu sinni og þú kunnir mér  
að lesa stærfræði. Því miður hafði  
ég ekki mikinn tíma til að lesa  
en fékk 6 og náði fyrir hafði ég 2



GETTU HVER FÖR  
FRÁ 5 UPP Í



9.0

TAKK KÆRLEGA  
FYRIR HJÁLPIÐ  
ÞETTA ER ALLTAÐ RÉTT,  
MÆÐUR ÞARF ÞÉR  
DÆMIS 7A LEUJJA Á  
SIG OG LESI ÞETTA  
SVO ÞA MÆÐUR SKILJI

ÞINN STÆRÐFRÆÐINGUR



Gledileg jól  
gott og farsælt  
komandi ár



Mynd 14: Jólakort 1

20. des. '01

Hæ hæ! Eg kom í aukatíma til þín þann 11. nóv. og hafði þá fengið 0 í stærðfr. Svo fékk ég víst 1,7 í öðru prófi, örli til hækunar. Í dag fékk ég einkunnirnar mínar. Og víti menn, ég fékk hvorki meira né minna en 6.0! Ad auki gekk allt annað ósköp vel.

Jól 2001

Kæri Hannes!

Eg vil bara tala að þakka þér fyrir góðar ráðleggingar, því það var þö nokkur hjálp í þeim.

Megir þú og fjölskylda þín elga

Gleðileg jól

og heillaríkt komandi ár

Kær kveðja,

3. bekk í Menntaskólanum  
í Reykjavík.

MH-kveðjur

Jól 2005

Kæri Hannes. Eg vil halda við hefðinni og segi hér með;  
Gleðileg jól  
og farsælt komandi ár

A lokaprófinu í stærðfr. 303 gekk mér ágætlega og var örugg með að falla ekki eftir slæmu einkunnir annarinnar. Eg endaði með 6 í loka-einkunn

sem er nokkuð ágætt miðað við það þegar ég kom til þín með 2,2 í einkunni og brostnar vonir.

Í reynd fór ég að taka mig á í öllum fögum og eru einkunnirnar mínar nínna þær bestu á menntaskólaferlinum. Tvær tíur, þjár níur, tvær sjöur og ein sexa. Allt er jú hægt.

Kv.

Kæri Hannes.

Ég vil þakka þér fyrir aðstoðina  
við stærðfræðina nú í haust.

Ég fékk 6,5 á lokaprófinu og

7,5 í lokaverkefnum á önninni.

Mér datt í hug vísu að þessu tiltekni

Stærðfræði seðju mér hvar,

ég lausnina finn og þú

og að þú mun leita,

og hafi mitt reyta

hins Finn og hild rétta skil.

og önnur.

Stærðfræðin er ljúfur húll

En ekki skal hann hræðast

gef mér Guð hild rétta fall

þú svarar mig, fæðast.

Jól 2002.

Hr. Hannes og Fjólshylda

Gleðileg jól  
og farsælt komandi ár

með þóttum fyrir það lífna.

Her er eitth dæmi sem þú getur  
spreitt þis á um jól.

Þáttæða:  $\infty^2 + x - \infty$

Bestu kvæðir í MK.

Stærðfræðingur með  
á Bifrost.



Kæri Hannes

Gleðileg jól  
og gæfuríkt komandi ár

Ég fékk 4 á prófinu  
sem var mjög erfitt...  
En nú hef ég heila  
önn til að gefa mig  
í stað 2ja claga!!

kvæðja